

תרגיל 5, בעיה 2, ב' (תיקון): הוכיחו:

$$\bigcup_{\alpha \in I} \overline{A_\alpha} \subseteq \overline{\bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha}$$

הוכחה. לכל $\alpha \in I$ מתקיים (תכונת הסגור) :

$$A_\alpha \subseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha \Rightarrow \overline{A_\alpha} \subseteq \overline{\bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha}$$

$\Downarrow$

$$\bigcup_{\alpha \in I} \overline{A_\alpha} \subseteq \overline{\bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha}$$

=====

דוגמה לאי-שיוויון. יהי מ"ט $\mathbb{R}$ ותהי $A_n = \left(\frac{1}{n}, 1\right)$ לכל $n \in \mathbb{N}$. אזי :

$$\overline{A_n} = \overline{\left(\frac{1}{n}, 1\right)} = \left[\frac{1}{n}, 1\right]$$

$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \overline{A_n} = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \left[\frac{1}{n}, 1\right] = (0, 1]$$

$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \left(\frac{1}{n}, 1\right) = (0, 1)$$

$$\overline{\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n} = \overline{(0, 1)} = [0, 1]$$

$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \overline{A_n} = (0, 1] \subset [0, 1] = \overline{\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n}$$

=====

אבל אם אוסף תת הקבוצות סופי, מתקיים השיוויון. (יהיה בתרגיל בית 6)