

תרגיל 5

שאלה 1

תהי f פונקציה בקטע $[a, b]$. הוכיחו או הפריכו את הבאים:

1. אם f רציפה ב- $[a, b]$ אז לכל חלוקה $P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ קיים סכום רימן $\sum_{i=1}^n f(a_i) \Delta x_i$ (כאשר לכל $i \in \{1, \dots, n\}$: $a_i \in (x_{i-1}, x_i)$) השווה ל- $\int_a^b f(x) dx$.

2. אם f אינטגרבילית ב- $[a, b]$ אז קיימת חלוקה P של הקטע כך ש- $\bar{s}(P) = \int_a^b f(x) dx$.

3. אם f רציפה ב- (a, b) , אז f אינטגרבילית ב- $[a, b]$.

שאלה 2

1. תהי:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x = 0 \\ \cos x & 0 < x \leq 1 \\ |x - 2| & 1 < x \leq 3 \end{cases}$$

(א) הוכיחו כי f אינטגרבילית ב- $[0, 3]$.

(ב) האם יש ל- f פונקציה קדומה ב- $[0, 3]$? נמקו!

(ג) חשבו במפורש את:

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt, \quad x \in [0, 3]$$

2. מצאו פונקציה קדומה לפונקציה: $f(x) = |1 - x|$ בקטע $[0, 4]$ וחשבו בעזרתה את $\int_0^4 f(x) dx$.

בהנאה!