תשובה:

הכוונה בשאלה היא שזה חסם לכל n. אם זה לא אותו חסם לכל n אז קל למצוא דוגמא נגדית אפילו לסעיף א'.
לוקחים

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{1}{x\sqrt[n]{n}} & x \geq 1 \\ \frac{1}{x^{\frac{1}{\sqrt[n]{n}}}} & x \leq 1 \end{cases}$$

שזאת פונקציה שהאינטגרל שלה מתכנס בקטע $(0,\infty)$ אבל פונקציית הגבול היא $f(x) = \frac{1}{x}$ שהיא מתבדרת.
עכשיו, לעצם השאלה.
סעיף א' נכון, בגלל ש $|f(x)|$ חיובית מספיק להראות שלכל a, b האינטגרל

$$\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$$

חסום. אבל

$$\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x = \int_a^b \lim_{n\to\infty} |f_n(x)| = \lim_{n\to\infty} \int_a^b |f_n(x)| \leq M$$

וזה מוכיח.
סעיף ב לא נכון, אפשר לקחת

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2}x & x \leq n \\ 0 & n < x \end{cases}$$

שזאת סדרת פונקציות רציפות שמתכנסת במ"ש ל 0. ולכל n מתקיים:

$$\int_0^\infty f_n(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}$$