

מבוא לטופולוגיה - תרגיל בית 10

שאלה 1

יהיו X, Y מ"ט קשירים מסילתית ו- $A \subset X, B \subset Y$.
הוכיחו ש- $X \times Y - A \times B$ מ"ט קשיר מסילתית.

שאלה 2

יהיו X, Y מ"ט ו- $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow X$ העתקות רציפות
כך ש- $f \circ g = Id_Y$.
הוכיחו ש- f העתקת מנה.

שאלה 3

הוכיחו ש- $\sin: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ העתקת מנה.

שאלה 4

תהי $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ פונקציה כך ש- $f((x, y)) = (x, |y|)$.
הוכיחו ש- f העתקת מנה.

שאלה 5

יהיו $a, b \in \mathbb{R}$ כך ש- $a < b$. תהי $P_{a,b} \subseteq \mathbb{R}^2$ רצועה במישור
כך ש-

$$P_{a,b} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid a - x < y < b - x\}$$

הוכיחו:

א' אוסף הקבוצות $\{P_{a,b} \mid a < b\}$ הוא בסיס לתופולוגיה מסוימת
(נסמן אותה ב- T) על הקבוצה $\mathbb{R}^2$. (רמז. תעשו ציור)
ב' המרחב הטופולוגי $(\mathbb{R}^2, T)$ אינו מרחב האוסדורף.