

מבוא לאלגברה לינארית תרגיל 3

1. עבור המטריצות הבאות חשבו את המטריצות ההופכיות (אם הן קיימות).
אם המטריצה הפיכה רשמו אותה כמכפלה של מטריצות אלמנטריות :

א. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$

ב. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 14 & 16 & 18 \end{pmatrix}$

ג. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & 6 \\ -1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

2. תהי $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 8 \end{pmatrix}$, פתרו את המערכת : $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ -x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 8x_3 + x_4 + 2x_5 = 3 \end{cases}$
ע"י שימוש ב A^{-1} .

3. א. תהי $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ כך ש $B^3 = 0$
תהי $A = I_n - B$, הוכיחו כי A הפיכה וכן $A^{-1} = I_n + B + B^2$.
ב. אם $B = \begin{pmatrix} 0 & r & s \\ 0 & 0 & t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, בדקו ש $B^3 = 0$ והשתמשו ב א. על מנת למצוא את $(I_3 - B)^{-1}$.

4. תהי $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$
א. אם $A^2 = 0$ הוכיחו ש- A אינה הפיכה.
ב. אם $A^2 = A$, וגם $A \neq I_n$ הוכיחו ש- A אינה הפיכה.

בהצלחה!!!