

תרגול כיתה 9 בפיסיקה קלאסית 1

נושאים:

- מערכת מרכז המסה; חישוב מרכז מסה למספר סופי של גופים; כוח, אנרגיה קינטית, ותנע במערכת מרכז המסה
- שימור תנע במערכות רב גופיות: התנגשויות אלסטיות ופלסטיות

תזכורת לחומר התאורטי

מערכת מרכז המסה

מיקום מרכז המסה למערכת המורכבת מ- N חלקיקים בעלי מסות m_i ומיקומים r_i הוא

$$\mathbf{r}_{\text{cm}} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \mathbf{r}_i}{\sum_{i=1}^N m_i}$$

משפטי עזר למציאת מיקום מרכז המסה של מערכת גופים:

- אם אחד הגופים במערכת איננו נקודתי, ניתן להתייחס אליו לצורך חישוב מרכז המסה כגוף נקודתי במסה של הגוף ובמיקום של מרכז המסה של הגוף.
- מרכז המסה של 2 קבוצות גופים יכול להיות מחושב ע"י הסתכלות על כל אחת מהקבוצות כמסה נקודתית בעלת המסה הכוללת של הקבוצה במיקום מרכז המסה של הקבוצה.
- אם ישנו חור או חלל, ניתן לחשב את מרכז המסה לגופים ללא החור או החלל ולהוסיף אותו כגוף בעל צפיפות מסה שווה בגודלה והפוכה בסימנה לזו של הגוף בו הוא קיים.

נחזור לדיון הכללי. מהירות מרכז המסה היא

$$\mathbf{v}_{\text{cm}} = \dot{\mathbf{r}}_{\text{cm}} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \mathbf{v}_i}{\sum_{i=1}^N m_i} = \frac{\mathbf{p}_{\text{tot}}}{\sum_{i=1}^N m_i}$$

כאשר \mathbf{p}_{tot} הוא התנע הכולל במערכת. מכיוון שבהעדר כוחות חיצוניים \mathbf{p}_{tot} קבוע, נסיק כי גם \mathbf{v}_{cm} קבוע במקרה זה. המערכת שבה מרכז המסה נייה בראשית נקראת מערכת הייחוס של מרכז המסה. במערכת מרכז המסה התנע הכולל של המערכת הוא 0. החוק השני של ניוטון למרכז המסה

$$\mathbf{F}_{\text{ext}} = \left(\sum_{i=1}^N m_i \right) \mathbf{a}_{\text{cm}}$$

$$\mathbf{a}_{\text{cm}} = \dot{\mathbf{v}}_{\text{cm}}$$

\mathbf{F}_{ext} הוא סכום כל הכוחות החיצוניים הפועלים על החלקיקים במערכת. כלומר אם פועלים רק כוחות

פנימיים, \mathbf{v}_{cm} קבוע בזמן ואם פועלים כוחות חיצוניים, מרכז המסה נע כגוף נקודתי במסה $\sum_{i=1}^N m_i$.

משפט עבודה אנרגיה:

$$E_k - E_{k,0} = W_{\text{ext}} + W_{\text{int}}$$

כאשר E_k היא האנרגיה הקינטית בסוף התהליך, $E_{k,0}$ זו בתחילתו, W_{ext} היא עבודת הכוחות החיצוניים על המערכת ו- W_{int} היא עבודת הכוחות הפנימיים. כמו כן, ניתן להראות כי

$$E_k = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i v_i'^2 + \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^N m_i \right) v_{\text{cm}}^2$$

כלומר האנרגיה הקינטית הכוללת מורכבת מאנרגיה קינטית של החלקיקים במע' מרכז המסה פלוס אנרגיה קינטית של מרכז המסה או בשם אחר, האנרגיה הקינטית של טרנסלציה של המערכת.

התנגשויות

בהתנגשויות או בפזור פועלים רק כוחות פנימיים לכן יש שימור תנע ומהירות מרכז המסה של שני הגופים המשתתפים נשארת קבועה. לשני גופים

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}'_1 + \mathbf{p}'_2$$

האנרגיה הכוללת נשמרת מאחר ואין כוחות חיצוניים. אם מניחים כוחות משמרים ו- E_p היא אנרגיה פוטנציאלית פנימית,

$$E_k + E_{p,12} = E'_k + E'_{p,12}$$

מגדירים גודל Q ע"י

$$Q = E'_k - E_k = E'_{p,12} - E_{p,12}$$

התנגשות אלסטית מוגדרת ככזו שבה $Q=0$. בהתנגשות אינאלסטית $Q \neq 0$.

תרגילים

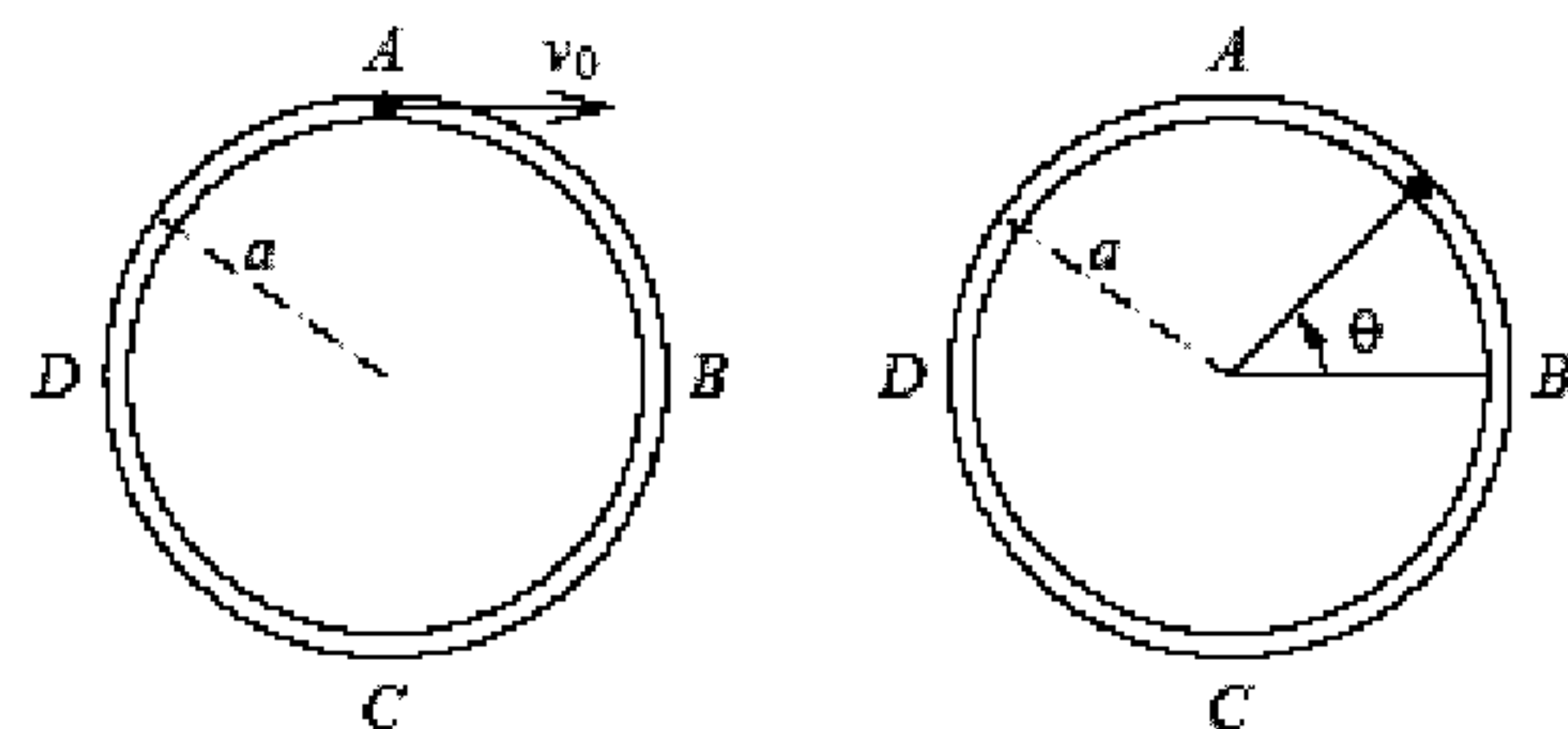
1. צינור מעגלי שמסתו m ורדיוסו a מונח על שולחן אופקי חלק. בתוך הצינור בנקודה A (ראו שרטוט) מונח כדור קטן וחלק במסה m . הכדור והצינור נמצאים במנוחה. ברגע $t=0$ מעניקים לכדור מהירות v_0 יחסית לשולחן בכיוון \hat{x} (ראו שרטוט).

א. מהו מיקום מרכז הכובד של המערכת ב- $t=0$?

ב. מהו מסלול מרכז המסה ומהי מהירותו?

ג. מהן מהירויות הכדור והצינור כאשר הכדור נמצא (ביחס לצינור) בנקודות B, C, D ושוב חזרה

ב- A ?



2. שתי מסות m_1 ו- m_2 נעות במהירויות v_1 ו- v_2 בהתאמה לאורך ציר x ומבצעות התנגשות אלסטית.

א. מהן המהירויות v'_1 ו- v'_2 לאחר ההתנגשות?

ב. מהי המהירות v'_2 אם $v_1=0$ ו- $m_1 \rightarrow \infty$ (התנגשות של m_2 בקיר)?

ג. מהי המהירות v'_2 אם $v_1 \neq 0$ ו- $m_1 \rightarrow \infty$ (התנגשות של m_2 בקיר נע)?

ד. מהן המהירויות v'_1 ו- v'_2 אם $v_1=0$ ו- $m_1 = m_2 = m$?

3. לוח דק בעל מסה M ושטח A נע במהירות v דרך ענן אבק. נתון כי הזווית בין וקטור המהירות של הלוח לבין האנך לפניו היא θ . האבק מורכב מחלקיקים נייחים שכל אחד מהם בעל מסה m וצפיפות החלקיקים היא n (ביחידות של מספר חלקיקים למטר מעוקב). ניתן להניח כי $m \ll M$.

א. מהו מספר החלקיקים בהם הלוח מתנגש בפרק זמן dt ?

ב. מה התנע שכל חלקיק מוסר ללוח?

ג. מהו הלחץ שפועל על הלוח כתוצאה מהאבק?

4.

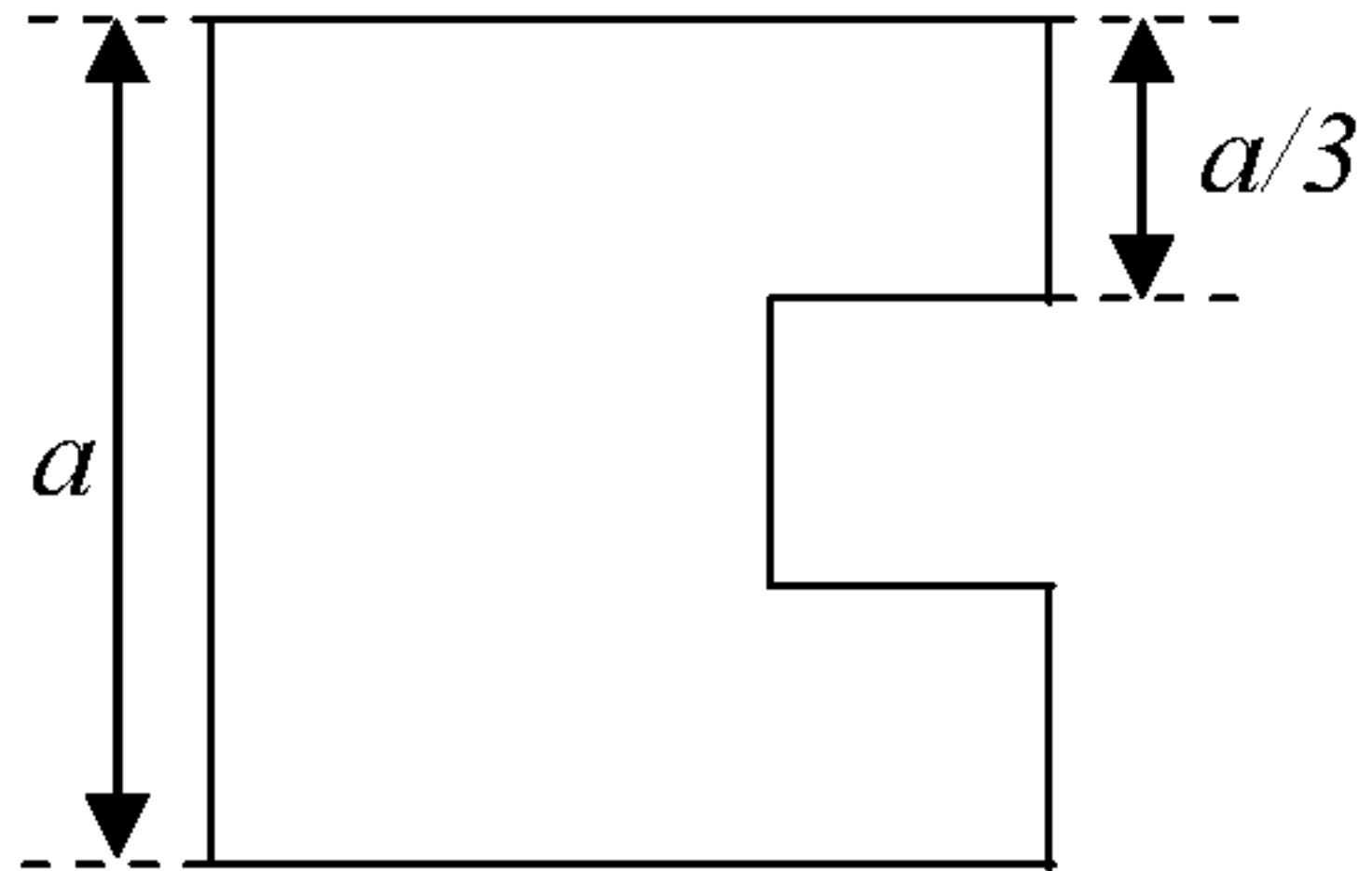
א. בריאקציה לכידה בפיסיקה גרעינית חלקיק במסה m_1 נע במהירות v_1 ופוגע בחלקיק נייח במסה m_2 . לאחר ההתנגשות החלקיקים נעים יחדיו. מהו Q לריאקציה זו? האם זו התנגשות אלסטית?

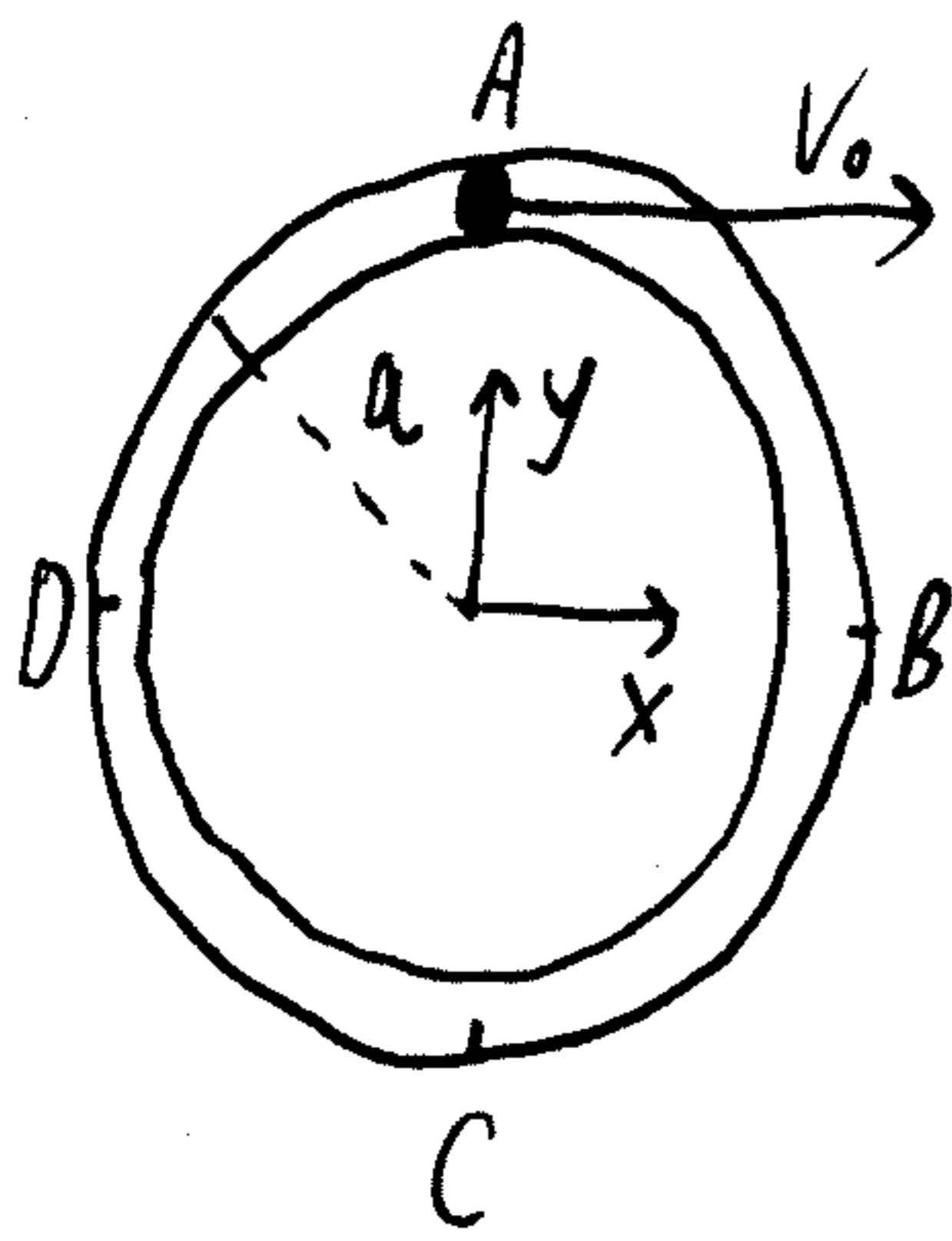
ב. בריאקציה גרעינית אחרת חלקיק במסה m_1 נע במהירות v_1 ופוגע בחלקיק במסה m_2 ,

בהתנגשות מתרחשת ריאקציה וחלקיקים חדשים במסות m'_1 ו- m'_2 נוצרים כפי שמתואר בשרטוט. נתונים θ ו- v'_1 . מהו Q לריאקציה זו?

ג. במקרה הפרטי בסעיף ב' בו ההתנגשות היא אלסטית והחלקיקים הנוצרים זהים למקוריים $m_1 = m_2 = m$, $m'_1 = m_2$ ו- $m'_1 = m_1$ כפי שקורה בהתנגשות 2 כדורי ביליארד, הראו כי הזווית בין המהירויות לאחר ההתנגשות היא 90° .

5. לוקחים גוף בגובה h , בצפיפות מסה ρ , ששטח החתך שלו הוא ריבוע בצלע a וחותכים ממנו גוף באותה צורה אך בעל צלע $a/3$ כמתואר בשרטוט. היכן נמצא מרכז המסה?





1. (הצירוף והתקבץ כגוף נקובי שתיקומה גרמית)

מקומות הישוק והכבדים.

$$m_1 = m$$

$$\vec{r}_1 = (0, 0)$$

$$m_2 = m$$

$$\vec{r}_2 = (0, a)$$

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m(0, 0) + m(0, a)}{2m} = (0, \frac{1}{2}a)$$

? לא נוסעים במהירות הכוללת ולכן \vec{V}_{cm} קבוע קטן למשק את \vec{V}_{cm}

$$\vec{V}_{cm} = \frac{m_1 \dot{\vec{r}}_1 + m_2 \dot{\vec{r}}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m \cdot 0 + m \cdot v_0 \hat{x}}{2m} = \frac{1}{2} v_0 \hat{x}$$

היכנס המסג נע במהירות:

$$\vec{r}_{cm}(t) = \vec{r}_{cm}(t=0) + \vec{V}_{cm} t = (0, \frac{1}{2}a) + (\frac{1}{2}v_0, 0)t = (\frac{1}{2}v_0 t, \frac{1}{2}a)$$

היכול להיות שהצירוף והתקבץ כגוף נקובי הוא היכול להיות שאלו המכונים שאין להם מסה ככה כגוף נקובי, הוא אינו יכול להיות את אלה המורות היכול.

$$\vec{V}_{cm} = \frac{m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m \vec{V}_1 + m \vec{V}_2}{2m} \Rightarrow \vec{V}_1 = 2\vec{V}_{cm} - \vec{V}_2 = v_0 \hat{x} - \vec{V}_2$$

$$\vec{V}_2 = -v_0 \hat{y}$$

$$\vec{V}_1 = v_0 \hat{x} - (-v_0 \hat{y}) = v_0 (\hat{x} + \hat{y})$$

$$\vec{V}_2 = -v_0 \hat{x}$$

$$\vec{V}_1 = v_0 \hat{x} - (-v_0 \hat{x}) = 2v_0 \hat{x}$$

$$\vec{V}_2 = v_0 \hat{y} \Rightarrow \vec{V}_1 = v_0 \hat{x} - (v_0 \hat{y}) = v_0 (\hat{x} - \hat{y})$$

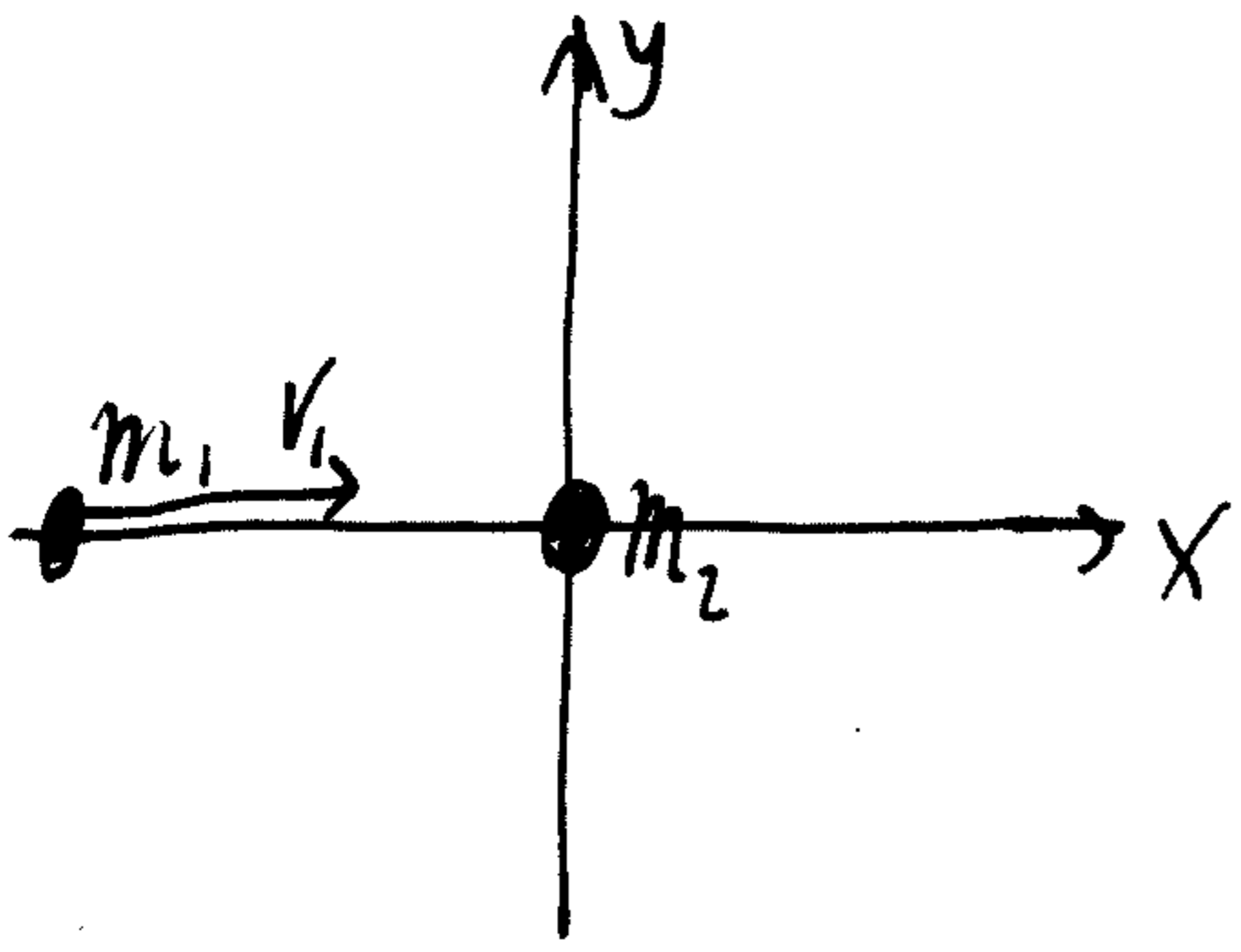
$$\vec{V}_2 = v_0 \hat{x} \Rightarrow \vec{V}_1 = v_0 \hat{x} - v_0 \hat{x} = 0$$

בתקופה B:

בתקופה C:

בתקופה D:

בתקופה A:



IC משימור תנע:

$$m_1 v_1 + m_2 \cdot 0 = (m_1 + m_2) v'$$

$$v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

$$Q = E_k' - E_k = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 \right)^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 =$$

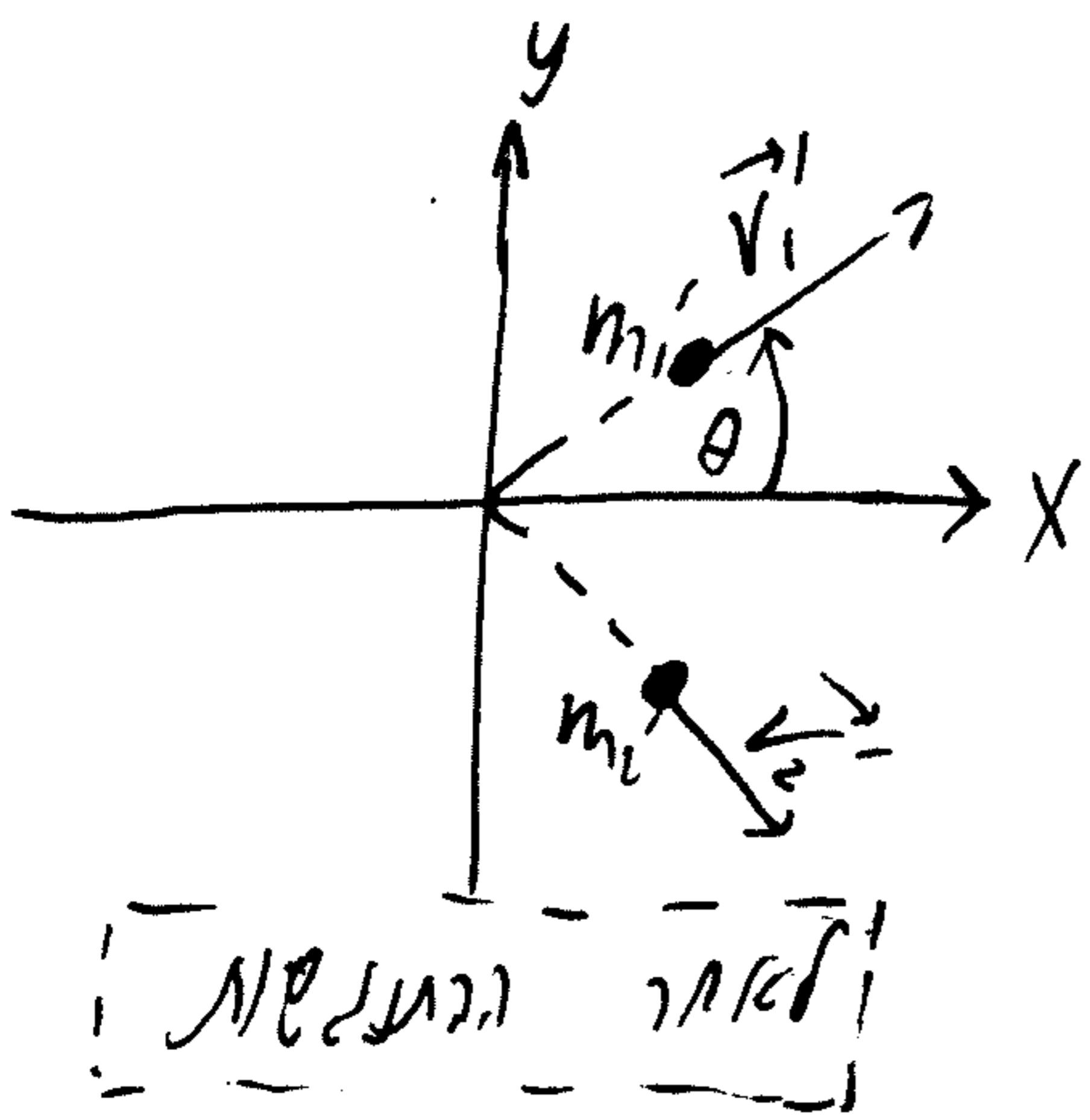
$$= \frac{1}{2} \left(\frac{m_1^2}{m_1 + m_2} - m_1 \right) v_1^2 = - \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_1^2$$

$Q \neq 0$ ולכן יש התנעות אי-אנליטיות.

ב. למיין את התנע לפני ואחרי התנגשות

$\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_1', \vec{p}_2'$ משימור תנע:

$$\vec{p}_2' = \vec{p}_1 - \vec{p}_1'$$



נצטרף יש גר' עזר:

$$p_2'^2 = (\vec{p}_1 - \vec{p}_1')^2 = p_1^2 + p_1'^2 - 2 p_1 p_1' \cos \theta$$

$$Q = \frac{p_1'^2}{2m_1'} + \frac{p_2'^2}{2m_2'} - \frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{m_1'} + \frac{1}{m_2'} \right) p_1'^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{m_2'} - \frac{1}{m_1} \right) p_1^2 - \frac{p_1 p_1'}{m_2'} \cos \theta$$

$$\frac{p_1^2}{2m} = \frac{p_1'^2}{2m} + \frac{p_2'^2}{2m} \Rightarrow p_1'^2 + p_2'^2 = p_1^2$$

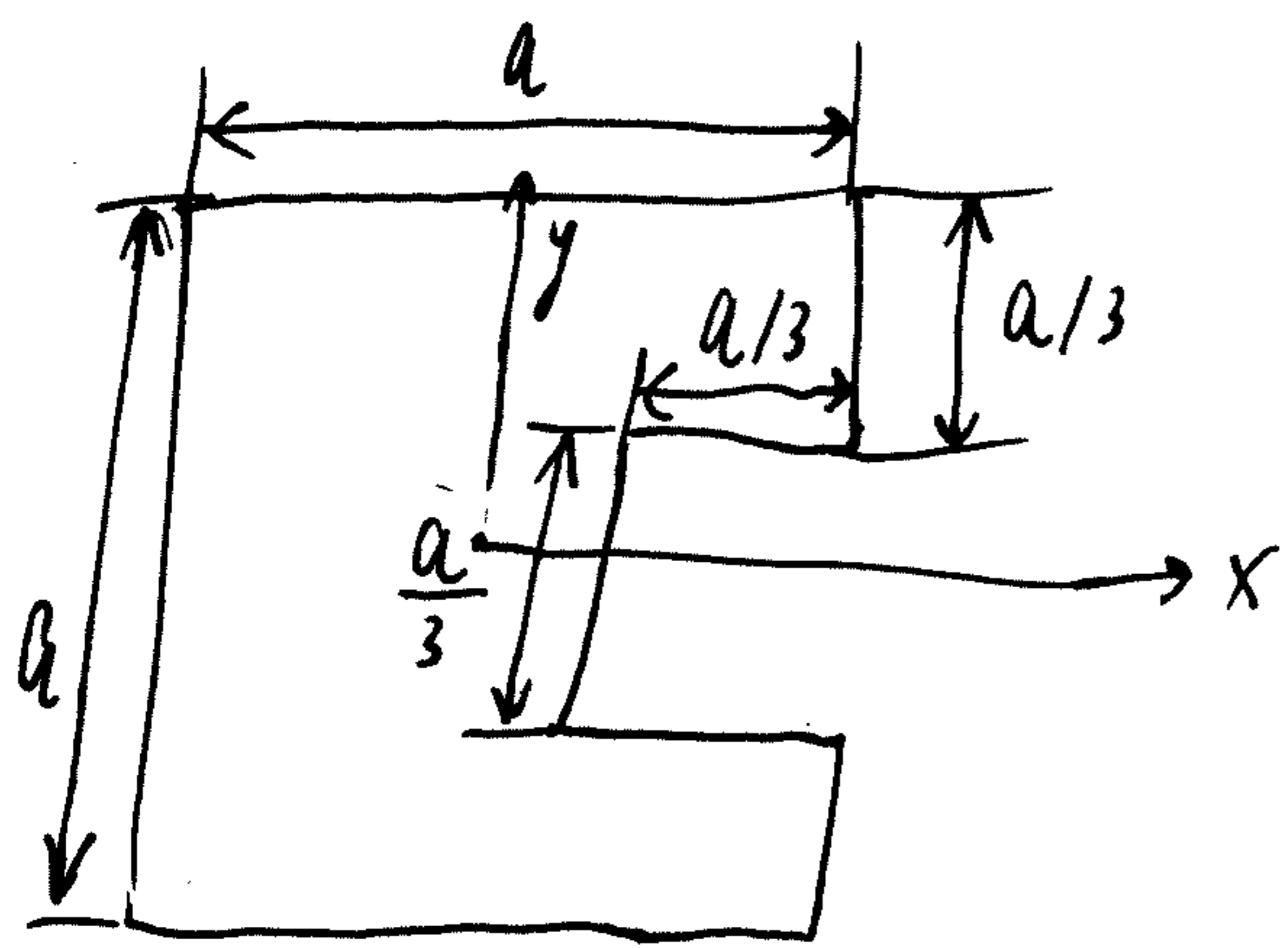
ל. משימור אנרגיה:

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' \Rightarrow p_1'^2 + p_2'^2 + 2 \vec{p}_1' \cdot \vec{p}_2' = p_1^2$$

משימור תנע:

מריבית המשולש הראשון בסעיף הקודם $\vec{p}_1' \cdot \vec{p}_2' = 0$ כלומר מהירות

המקבילים האנכיות למרחק ההתנגשות



5) נסמך על המערכת לזווית השוק

מינימום המסה כי (א) תיבה מאוזנת

הצלעות ק, קטועה הא וקטועה ב a (2)

תיבה מאוזנת קטועה ג - קטועה ה

וקטועה ב $\frac{a}{3}$

מסת התיבה הראשונה:

מסת התיבה השנייה:

מיקום מינימום המסה של התיבה הראשונה:

מיקום מינימום המסה של התיבה השנייה:

$$\rho \cdot a^2 \cdot h$$

$$-\rho \cdot \left(\frac{a}{3}\right)^2 \cdot h$$

$$\left(0, 0, -\frac{h}{2}\right)$$

$$\left(\frac{a}{3}, 0, -\frac{h}{2}\right)$$

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{\rho a^2 h \left(0, 0, -\frac{h}{2}\right) + \left(-\frac{1}{9}\right) \rho a^2 h \left(\frac{a}{3}, 0, -\frac{h}{2}\right)}{\rho a^2 h - \frac{1}{9} \rho a^2 h} =$$

$$= \left(-\frac{a}{24}, 0, -\frac{h}{2}\right)$$