

1. (60 נק') נביט במטריצה הבאה המייצגת מערכת משוואות לינארית לא הומוגנית מעל שדה הממשיים.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a-2 & 1 & 0 & a \\ 2-a & a^2 & 1 & -a \\ 0 & a^2+1 & a^2-3 & 2-a \end{array} \right)$$

- א. קבעו לכל ערך של $a \in \mathbb{R}$ האם למערכת יש פתרון יחיד, אינסוף פתרונות או אין פתרונות.
- ב. לכל ערך של $a \in \mathbb{R}$ מצאו את קבוצת הפתרונות למערכת, הביעו תשובתכם באמצעות הפרמטר $a \in \mathbb{R}$.
- ג. נביט כעת במטריצה כמייצגת מערכת משוואות לינארית לא הומוגנית מעל שדה המרוכבים. קבעו לכל ערך של $a \in \mathbb{C}$ האם למערכת יש פתרון יחיד, אינסוף פתרונות או אין פתרונות.

2. (40 נק') יהי V מרחב וקטורי מעל השדה $\mathbb{F}$, ויהיו $U, W \leq V$ תתי מרחב של V .

- א. יהיו $v_1, v_2 \in V$ כך ש $v_1, v_2 \in W$ וכן $v_1 + v_2 \in U$.
- הוכיחו או הפריכו: $v_1, v_2 \in U \cap W$.
- ב. יהיו $v_1, v_2 \in V$ כך ש $v_1 \in W$ וכן $v_2 \in U$.
- הוכיחו או הפריכו: אם $v_1 - v_2 \in U \cap W$, אזי $v_1 + v_2 \in U \cap W$.