

תרגיל 9 - אנליזה למורים

17 בינואר 2017

גבולות שכדאי מאוד לדעת:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{kx} - 1}{kx} = 1 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(kx)}{(kx)^2} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(kx)}{kx} = 1 \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0 \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad (6)$$

שאלה 1

חשבו את הגבולות הבאים בעזרת גבולות ידועים:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos(x))^{18} (1 - \cos(x))^{15} (e^{6x} - 1)^{18}}{(1 - \cos(5x))^8 (\tan(7x))^{68}} \quad (א)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\tan(2x))^4 (1 - \cos(x))^9 (e^{7x} - 1)^5}{(\tan(5x))^4 (\sin(5x))^{23}} \quad (ב)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin(x))^{11} (1 - \cos(2x))^7 (e^{4x} - 1)^7}{(e^x - 1)^{15} (e^{7x} - 1)^{17}} \quad (ג)$$

שאלה 2

חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(10x))^{\frac{1}{x^2}} \quad (א)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin(10x))^{\frac{1}{x}} \quad (ב)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin^2(5x))^{\frac{1}{x^2}} \quad (ג)$$

שאלה 3

האם הפונקציה הבאה היא רציפה ב- $x = 0$? אם כן הוכיחו, אם לא סווגו את נקודת

אי רציפות שלה:

$$h(x) = \begin{cases} \frac{2(1-\cos(3x))}{3x^2} & x > 0 \\ 3 & x \neq 0 \\ \frac{\sin(3x)}{x} & x < 0 \end{cases}$$

שאלה 4

האם הפונקציה הבאה רציפה ב- $x = 0$? אם כן הוכיחו, אם לא, סווגו נקודת אי רציפות

שלה:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 0 \\ 10 & x = 0 \\ \sin\left(\frac{1}{x}\right) \sin(x) + 2 & x < 0 \end{cases}$$

שאלה 5

סווגו את אי רציפות של הפונקציה הבאה בנקודה $x = 0$:

$$h(x) = \begin{cases} \frac{e^{20x}-1}{5x} & x > 0 \\ 5 & x = 0 \\ \frac{2(1-\cos(9x))}{9x^2} & x < 0 \end{cases}$$

שאלה 6

עבור אילו ערכי a, b הפונקציה הבאה רציפה ב- $x = 0$:

$$h(x) = \begin{cases} \frac{2(1-\cos(7ax))}{7ax^2} & x > 0 \\ b + a & x = 0 \\ \frac{e^{14x}-1}{x} & x < 0 \end{cases}$$