

## לינארית 2 - תרגיל 11

4 ביוני 2015

- מצאו את המרחבים הניצבים עבור תתי מרחבים הבאים:  
א.  $V = \{f \mid f(0) = 0\}$  תת מרחב של  $R_2[x]$  עם המ"פ:  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$   
ב.  $V =$  מרחב המטריצות המשולשיות עליונות, תת מרחב של  $M_n(R)$ , עם המכפלה הפנימית:  $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^T)$   
ג.  $V =$  מרחב המטריצות עם טרייס 0, תת מרחב של  $M_n(R)$ , עם המכפלה הפנימית:  $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^T)$   
2. הוכח/הפרך את הטענות הבאות:  
א. יהיו  $U_1, U_2, U_3$  תתי מרחבים של מרחב  $V$ . אזי: אם  $U_1 \oplus U_2 \oplus U_3 = V$ , אזי:  
 $U_1^\perp \oplus U_2^\perp \oplus U_3^\perp = V$   
ב. אם  $U \oplus W = V$  אזי:  $U^\perp = W$   
ג. יהי  $A = \{v_1, \dots, v_k\}$  קבוצה של וקטורים בממ"פ,  $k \geq 2$ . אם:  $A^\perp = (A - \{v_1\})^\perp$  אזי  $A$  קבוצה תלויה לינארית.  
3. א. תנו דוגמא לטרנספורמציה לינארית  $T: R^4 \rightarrow R^4$  שמקיימת:  
 $(\ker T)^\perp = \text{span}\{(1, 2, 0, 4), (1, 0, 1, 0)\}$ ,  $T(1, 0, 1, 1) = (1, 2, 1, 1)$   
ב. תהי  $A = \{u, v, w\}$  קבוצת וקטורים ב  $R^4$ .  
נתון כי:  $A^\perp = \text{span}\{(1, 2, 1, 1), (2, 2, 2, 2), (2, 1, 2, 2)\}$   
הוכח כי:  $A$  קבוצה תלויה לינארית.  
5. יהי  $V$  ממ"פ מעל  $\mathbb{C}$ ,  $B = \{v_1, \dots, v_n\}$  בסיס אורתונורמלי של  $V$ . חשבו את:  
 $\|v_1 + \sqrt{2}v_2 + \sqrt{3}v_3 + \dots + \sqrt{n}v_n\|$