

1. יהי (X, τ) מרחב טופולוגי ו- $p \notin X$.
א' נגדיר אוסף τ' תת-קבוצות של
הקבוצה $X' = X \cup \{p\}$ על ידי נוסחה:
 $\tau' = \{\emptyset\} \cup \{U \cup \{p\} \mid U \in \tau \wedge U \neq \emptyset\}$
הוכיחו ש- (X', τ') מרחב טופולוגי.
ב' קבעו אם (X', τ') קשיר.

2. יהי X מרחב טופולוגי ויהי $A \subseteq X$ תת-מרחב
קשיר. הוכיחו שלכל תת-מרחב $B \subseteq X$,
אם $A \subseteq B \subseteq \bar{A}$ אז B קשיר.

3. הוכיחו שאם שני מרחבים טופולוגיים הומאומורפיים אז:
או שניהם קשירים מסילתית, או שניהם לא קשירים
מסילתית.

4. קבעו אם מ"ט X קשיר מסילתית:

א' $X = \mathbb{R}^2 - (\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\} \cup$
 $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 2\})$

ב' $X = \mathbb{R}^3 - (\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1, z = 0\} \cup$
 $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 2, z = 0\})$

5. הוכיחו שכל מרחב טופולוגי דיסקרטי הוא קומפקטי אך ורק אם הוא סופי.

6. א' יהי x מ"ט קומפקטי. יהי $\{K_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda}$ אוסף קבוצות סגורות, כך שכל חיתוך סופי של קבוצות מאוסף זה אינו ריק. הוכיחו ש-

$$\bigcap_{\alpha \in \Lambda} K_\alpha \neq \emptyset$$

ב' יהי (X, τ) מרחב טופולוגי עם טופולוגיה קו-ספית, כלומר:

$$\tau = \{\emptyset\} \cup \{U \subseteq X \mid U^c \text{ – סופית קבוצה}\}$$

הכיחו ש- קומפקטי.

7. יהי X מרחב טופולוגי, כך שכל תת-קבוצה סגורה שלו $F \neq X$ - קומפקטית. הוכיחו ש- X קומפקטי.