

$$v = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, u = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$$

בכיוון $\Rightarrow$ נתון ש-

$$ad = bc$$

$$a = \frac{bc}{d} = \frac{b}{d} \cdot c$$

מה רוצים לקבל? רוצים למצוא α, β כך ש-

$$\alpha \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

תשובה:

$$\alpha = f(a, b, c, d), \beta = g(a, b, c, d)$$

למשל

$$\alpha = -\beta \cdot \frac{d}{b}$$

ולכן נוכל לקחת למשל $\alpha = 1, \beta = -\frac{d}{b}$

לגבי שאלה 5: נניח שהגעת למשהו כמו

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} 1+s-t \\ s \\ s \\ t \end{pmatrix} : s, t \in \mathbb{R} \right\} = \left\{ s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, W = \text{span}(S)$$

$$Ax = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} b - d = 0 \\ 2c - 3a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

לגבי שאלה 8: נתון שאם $av_1 + bv_2 + cv_3 = 0$ אז $a = b = c = 0$. ניקח צ"ל של S' שנותן את וקטור האפס, ונבדוק האם זה מכריח את האלפות שם להיות כולן אפס. כלומר, אם המקדמים של הצ"ל שלכם הם α, β, γ אז מצופה להגיד בסוף התהליך האם $\alpha = \beta = \gamma = 0$ או שמא לא חייבים שלושתם להיות 0.

$$(\alpha + \gamma)v_1 + \beta v_2 + (2\beta - \alpha - 2\gamma)v_3 = 0$$

לכן לפי הנתון:

$$\begin{cases} \alpha + \gamma = 0 \end{cases}$$

קומבינטוריקה: נוכיח שמספר האפשרויות לבחור k מתוך n עם חזרה וללא חשיבות לסדר הוא: $\binom{k+n-1}{k}$. בשני שלבים:

1. נוכיח שמספר הפתרונות למשוואה $x_1 + \dots + x_n = k$ כאשר x_i טבעיים הוא $\binom{k+n-1}{k}$. הוכחה: במשוואה יש בעצם k אחדות, וצריך לפזר אותם בין המשתנים. נעשה זאת בצורה הבאה: אני רוצה לשיים בשורה את האחדות, ומדי פעם להפריד ביניהם ולהגיד "עד כאן למשתנה ה- i ". כדי להפריד בין n משתנים צריך $n-1$ חוצצים. בסה"כ יש לנו $k+n-1$ תאים (k לאחדות, $n-1$ לחוצצים), בכל תא נשים את הסיפרה 1 או חוצץ, ואז: סך האחדות עד החוצץ הראשון זה יהיה המשתנה הראשון, סך האחדות בין הראשון לשני יהיה המשתנה השני, וכו', סך האחדות אחרי החוצץ האחרון יהיה המשתנה האחרון. למשל: נניח $k=4, n=3$ אז אם יצא:

$$x_1 = 2, x_2 = 0, x_3 = 2 \text{ שקול לפתרון } \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & | & | & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 3 \text{ שקול לפתרון } \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline | & 1 & | & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

מספר האפשרויות לפזר את החוצצים והאחדות בתאים הוא ע"י לבחור איפה נשים את האחדות. אם החלטנו באיזה תאים שמים את האחדות חייבים בשאר התאים לשים את החוצצים. בחירת התאים לאחדות זו בחירה של k תאים מתוך $k+n-1$ התאים שישנם, ללא חזרה (אסור לשים 2 אחדות באותו תא) ואין חשיבות לסדר (כי כל האחדות נראות אותו דבר) ולכן יש $\binom{k+n-1}{k}$ פתרונות למשוואה.

2. נסביר את הקשר בין מספר האפשרויות לבחור k מתוך n עם חזרה וללא חשיבות לסדר, לבין מספר הפתרונות למשוואה $x_1 + \dots + x_n = k$ כאשר x_i טבעיים. כל בחירה עם חזרה וללא חשיבות לסדר של k עצמים מתוך קבוצה עם n עצמים, בעצם מעניין אותי כמה פעמים נבחר כל איבר. כלומר, נסמן את הקבוצה $\{a_1, \dots, a_n\}$ נסמן ב- x_i את מספר הפעמים ש- a_i נבחר. אני רוצה בעצם לדעת כמה פתרונות יש למשוואה

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = k$$