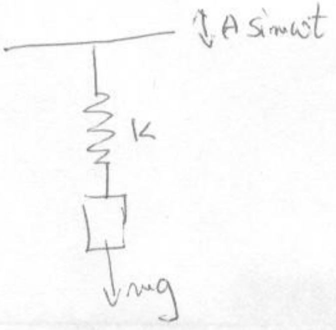


ראשית אפשר למצוא את נקודת
שיווי המשקל

$$\Sigma F_y = K(y-y_0) - mg = 0$$

$$\underbrace{y-y_0}_{y_1} = \frac{mg}{K}$$

עכשיו כאשר התקרה מתנדנדת:

$$\Sigma F_y = m\ddot{y} = -K(y - A\sin\omega t) + mg$$

$$m\ddot{y} = -Ky + KA\sin\omega t + Ky_1$$

$$m\ddot{y} + K(y-y_1) = KA\sin(\omega t)$$

$$\ddot{y} + \frac{K}{m}(y-y_1) = \frac{KA}{m}\sin(\omega t)$$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta = y-y_1\\ \ddot{\Delta}=\ddot{y}\end{array}\right\} \Rightarrow \ddot{\Delta} + \underbrace{\frac{K}{m}}_{\omega_0^2}\Delta = \frac{KA}{m}\sin(\omega t)$$

$$\Delta = A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t + D\frac{KA}{m}\sin(\omega t+\phi)$$

$$\ddot{\Delta} = -\omega_0^2(A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t) - \omega^2 D\frac{KA}{m}\sin(\omega t+\phi)$$

$$\cancel{-\omega_0^2(A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t)} - \omega^2 D\frac{KA}{m}\sin(\omega t+\phi) + \omega_0^2\left(\cancel{A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t} + D\frac{KA}{m}\sin(\omega t+\phi)\right) =$$
$$= \frac{KA}{m}\sin(\omega t)$$

$$(-\omega^2+\omega_0^2)D\frac{KA}{m}\sin(\omega t+\phi) = \frac{KA}{m}\sin(\omega t)$$

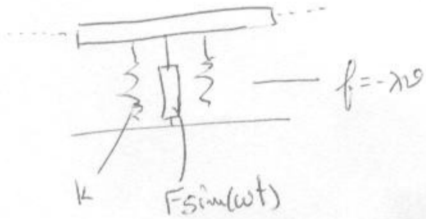
$$\hookrightarrow \phi = 0 \ (n\pi)$$

$$\hookrightarrow D = \frac{1}{-\omega^2-\omega_0^2} = \frac{1}{\omega_0^2-\omega^2}$$

$$\boxed{\Delta = A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t + \frac{1}{\omega_0^2-\omega^2}\frac{KA}{m}\sin(\omega t)}$$

תנאי לרזוננס $\omega^2=\omega_0^2$

(2



$$\sum F_y = -Ky + (M+m)g = 0 \quad \overset{1}{k}$$

$$y_0 = \frac{(M+m)g}{k}$$

$$\sum F_y = m\ddot{y} = -ky - \lambda\dot{y} - F\sin\omega t + (m+M)g$$

$$m\ddot{y} + \lambda\dot{y} + ky - (M+m)g = -F\sin(\omega t)$$

$$m\ddot{y} + \lambda\dot{y} + ky - ky_0 = -F\sin(\omega t)$$

$$\ddot{y} + \frac{\lambda}{m}\dot{y} + \frac{k}{m}(y-y_0) = -\frac{F}{m}\sin(\omega t)$$

$$\Delta = y - y_0$$

$$\dot{\Delta} = \dot{y}$$

$$\ddot{\Delta} = \ddot{y}$$

$$\ddot{\Delta} + \frac{\lambda}{m}\dot{\Delta} + \frac{k}{m}\Delta = -\frac{F}{m}\sin(\omega t) \quad (i)$$

נבחן את המקרה התחומי

$$\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2m}\right)^2 - \left(\frac{k}{m}\right)} = \sqrt{\frac{\lambda^2}{4m^2} - \frac{k}{m}} = \frac{1}{4m}\sqrt{\lambda^2 - 4k^2m} < 0$$

מדומים.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{\lambda^2}{4m^2}}$$

$$\Delta = e^{-\frac{\lambda}{2m}t}\left(A\cos\omega_1 t + B\sin\omega_1 t\right) + D\frac{F}{m}\cos(\omega t + \phi)$$

$$\dot{\Delta} = -\frac{\lambda}{2m}e^{-\frac{\lambda}{2m}t}\left(A\cos\omega_1 t + B\sin\omega_1 t\right) + e^{-\frac{\lambda}{2m}t}\left(-\omega_1 A\sin\omega_1 t + \omega_1 B\cos\omega_1 t\right) - \omega D\frac{F}{m}\sin(\omega t+\phi)$$

$$\ddot{\Delta} = -\frac{\lambda}{2m}\left(-\frac{\lambda}{2m}e^{-\frac{\lambda}{2m}t}\left(A\cos\omega_1 t + B\sin\omega_1 t\right) + e^{-\frac{\lambda}{2m}t}\left(-\omega_1 A\sin\omega_1 t + \omega_1 B\cos\omega_1 t\right)\right)$$

$$-\frac{\lambda}{2m}e^{-\frac{\lambda}{2m}t}(\omega_1)\left(-A\sin\omega_1 t + B\cos\omega_1 t\right) + e^{-\frac{\lambda}{2m}t}(\omega_1)^2\left(A\cos\omega_1 t + B\sin\omega_1 t\right) - \omega^2 D\frac{F}{m}\cos(\omega t+\phi)$$

נציב במשוואה ב (i)

$$\frac{1}{4}\left(\frac{\lambda}{m}\right)^2 e^{-\frac{\lambda}{2m}t}\cancel{(A\cos\omega_1 t+B\sin\omega_1 t)}+\frac{\lambda}{m}\omega_1 e^{-\frac{\lambda}{2m}t}\cancel{(A\sin\omega_1 t-B\cos\omega_1 t)}-\left(\frac{k}{m}-\frac{\lambda^2}{4m^2}\right)e^{-\frac{\lambda}{2m}t}(A\cos\omega_1 t+B\sin\omega_1 t)-\omega^2 D\frac{F}{m}\cos(\omega t+\phi)$$

$$+\frac{\lambda}{m}\left(-\frac{\lambda}{m}\frac{1}{2}e^{-\frac{\lambda}{2m}t}\cancel{(A\cos\omega_1 t+B\sin\omega_1 t)}+e^{-\frac{\lambda}{2m}t}(-\omega_1)\cancel{(A\sin\omega_1 t-B\cos\omega_1 t)}-\omega D\frac{F}{m}\sin(\omega t+\phi)\right)$$

$$+\frac{k}{m}\left(e^{-\frac{\lambda}{2m}t}\cancel{(A\cos\omega_1 t+B\sin\omega_1 t)}+D\frac{F}{m}\cos(\omega t+\phi)\right)=-\frac{F}{m}\sin(\omega t)$$

$$-\omega^2 D\cancel{\frac{F}{m}}\cos(\omega t+\phi)+\frac{\lambda}{m}\omega D\cancel{\frac{F}{m}}\sin(\omega t+\phi)+\frac{k}{m}D\cancel{\frac{F}{m}}\cos(\omega t+\phi)=-\cancel{\frac{F}{m}}\sin(\omega t)$$

$$\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)D\cos(\omega t+\phi)+\frac{\lambda}{m}\omega D\sin(\omega t+\phi)=-\sin(\omega t)$$

$$D\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)(\cos\omega t\cos\phi-\sin\omega t\sin\phi)-D\frac{\lambda}{m}\omega(\sin\omega t\cos\phi+\cos\omega t\sin\phi)=-\sin\omega t$$

$$D\cos\omega t\left(\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)\cos\phi-\frac{\lambda}{m}\omega\sin\phi\right)+D\sin\omega t\left(-\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)\sin\phi-\frac{\lambda}{m}\omega\cos\phi\right)=-\sin\omega t$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\frac{\sin\phi}{\cos\phi}=\frac{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)}{\frac{\lambda}{m}\omega}}\qquad D=\frac{-1}{-\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)\sin\phi-\frac{\lambda}{m}\omega\cos\phi}=\frac{1}{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)\sin\phi+\frac{\lambda}{m}\omega\cos\phi}$$

$$\sin\phi=\frac{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)}{\sqrt{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)^2+\left(\frac{\lambda}{m}\omega\right)^2}}\qquad D=\frac{1}{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)\frac{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)}{\sqrt{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)^2+\left(\frac{\lambda}{m}\omega\right)^2}}+\frac{\lambda}{m}\omega\frac{\frac{\lambda}{m}\omega}{\sqrt{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)^2+\left(\frac{\lambda}{m}\omega\right)^2}}}=\frac{1}{\sqrt{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)^2+\left(\frac{\lambda}{m}\omega\right)^2}}$$

$$\cos\phi=\frac{\frac{\lambda}{m}\omega}{\sqrt{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)^2+\left(\frac{\lambda}{m}\omega\right)^2}}$$

$$\Delta=e^{-\frac{\lambda}{2m}t}(A\cos\omega_1 t+B\sin\omega_1 t)+\frac{1}{\sqrt{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)^2+\left(\frac{\lambda}{m}\omega\right)^2}}\frac{F}{m}\cos(\omega t+\phi)$$

$$\Delta(t=0)=0\quad\rightarrow\quad 1(A\cdot 1+B\cdot 0)+\frac{1}{\sqrt{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)^2+\left(\frac{\lambda}{m}\omega\right)^2}}\cdot\frac{F}{m}\cos\phi=0$$

$$A=-\frac{1}{\sqrt{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)^2+\left(\frac{\lambda}{m}\omega\right)^2}}\frac{F}{\cancel{m}}\cdot\frac{\frac{\lambda}{\cancel{m}}\omega}{\sqrt{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)^2+\left(\frac{\lambda}{m}\omega\right)^2}}=-\frac{F\lambda\omega}{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)^2+\left(\frac{\lambda}{m}\omega\right)^2}$$

$$\dot{\Delta}(t=0)=v_0\quad\rightarrow\quad-\frac{\lambda}{2m}(A\cdot 1+B\cdot\cancel{0})+(-\omega_1 A\cdot 0+\omega_1 B\cdot 1)-\omega D\frac{F}{m}\sin\phi=v_0$$

$$\omega_1 B=v_0+\omega D\frac{F}{m}\frac{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)}{\sqrt{}}+\frac{\lambda}{2m}\cdot A$$

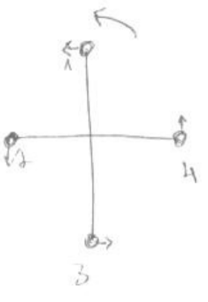
$$B=\frac{v_0}{\omega_1}+\frac{\omega}{\omega_1}\frac{F}{m}\frac{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)}{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)+\left(\frac{\lambda}{m}\omega\right)^2}+\frac{\lambda}{2m\omega}\left(-\frac{F\lambda\omega}{\left(-\omega^2+\frac{k}{m}\right)+\left(\frac{\lambda}{m}\omega\right)^2}\right)$$

המשרעת המירבית שיכולה להתקבל תהיה סכום של המקדמים בערך מוחלט $|A|+|B|+\left|D\frac{F}{m}\right|$

כאשר אנו מניחים כי (כאשר מניחים כי הריסון של האקספוננט עדין גבוה)

לאחר זמן ארוך הפתרון ההומוגני דועך כך שהמשרעת המירבית הינה $\left|D\frac{F}{m}\right|$.

(3



א: נגדיר קואורדינטות גליליות: $\hat{r}\times\hat{\theta}=\hat{z}$.

תנע זוויתי: $\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}$

כדור 1: $\vec{r}=l\hat{r}$

$\vec{p}=m(l\omega_0\hat{\theta})$

$\vec{L}_{כדור}=\vec{r}\times\vec{p}=(l\hat{r})\times(ml\omega_0\hat{\theta})=ml^2\omega_0\hat{z}$

בצורה דומה לכל אחד מהכדורים:

$\vec{L}_{כולל}=4\vec{L}_{כדור}=4ml^2\omega_0\hat{z}$

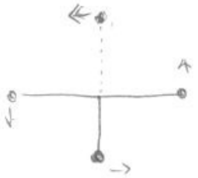
תנע קווי: $\vec{P}=m\vec{v}$

$$\left.\begin{aligned} \vec{P}_{כולל}&=\sum_{i=1}^{4}\vec{P}_{כדור\ i}\\ v_{כדור\ 1}&=-\omega_0 l\hat{x}\\ v_{כדור\ 2}&=-\omega_0 l\hat{y}\\ v_{כדור\ 3}&=\omega_0 l\hat{x}\\ v_{כדור\ 4}&=\omega_0 l\hat{y}\end{aligned}\right\}\Rightarrow P_{כולל}=\sum_{i=1}^{4}P_i=0$$

אנרגיה קינטית

$$E_k=\sum_{i=1}^{4}\frac{1}{2}m_iv_i^2=4\cdot\frac{1}{2}m(\omega_0 l)^2=2ml^2\omega_0^2$$

ב: נניח כי כדור 1 מתנתק. נוח להשתמש במרכז המסה של 4 הכדורים כראשית הצירים. עתה כאשר כדור 1 מתנתק נוח לבחור את מערכת הצירים (x,y) כך שמהירות הניתוק שלו תהיה $(-l\omega_0,0)$ במרחק $(0,l)$ מראשית הצירים מהירות זאת תישאר לאחר הניתוק כאשר x יוגדר כיוון ההמשך להמשך התנועה של כדור 1.



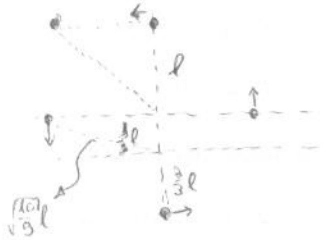
לכן $v_1=-l\omega_0\hat{x}$ לאחר הניתוק

ומרכז המסה החדש של 3 הכדורים הינו:

$$\left.\begin{aligned} X_{cm}&=\frac{\sum m_ix_i}{\sum m_i}=\frac{-lm+0+ml}{3m}=0\\ Y_{cm}&=\frac{\sum m_iy_i}{\sum m_i}=\frac{0-ml+0}{3m}=-\frac{1}{3}l\end{aligned}\right\}\rightarrow \vec{r}_{CM\ חדש}=\left(0,-\frac{1}{3}l\right)$$

ג. את המהירות הזוויתית החדשה אפשר למצוא בעזרת שימור תנע זוויתי.

את התנע הזוויתי לפני הניתוק חישבנו. מה שעלינו לעשות זה לחשב את התנע הזוויתי אחרי הניתוק אשר מורכב מתנע זוויתי של כדור 1 + תנע זוויתי של מרכז 3 הכדורים + תנע זוויתי של 3 הכדורים (יחסית למרכז המסה שלהם).



כדור 1: $\vec{r}_1 = -vt, l, 0$

$\vec{p}_1 = -ml\omega_0, 0, 0$

$$\vec{L}_{\text{כדור 1}} = \vec{r}\times\vec{p} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ -vt & l & 0 \\ -ml\omega_0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{matrix} \hat{x}(0-0) \\ -\hat{y}(0-0) \\ \hat{z}(0+ml^2\omega_0) \end{matrix}$$

עבור מרכז המסה החדש, ראשית נמצא את מהירותו: מרכז המסה:

$$v_{cm} = \frac{\Sigma m_i v_i}{\Sigma m_i} = \frac{\cancel{ml\omega_0(-\hat{y})} + ml\omega_0\hat{x} + \cancel{ml\omega_0\hat{y}}}{3m} = \frac{1}{3}l\omega_0\hat{x}$$

$\vec{r}_{cm} = 0, -\frac{1}{3}l, 0$

$\vec{p}_{cm} = 3m\frac{1}{3}l\omega_0, 0, 0$

$$\vec{L}_{cm} = \vec{r}\times\vec{p} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & -\frac{1}{3}l & 0 \\ ml\omega_0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{matrix} \hat{x}(0-0) \\ -\hat{y}(0-0) \\ \hat{z}(\frac{1}{3}ml^2\omega_0) \end{matrix}$$

נחשב עתה את 3 הכדורים כמסתובבים סביב מרכז המסה החדש:

כדור 2: $\vec{r}_2 = \sqrt{\frac{10}{9}}\,l\hat{r}$, $\vec{p}_2 = m\left(\sqrt{\frac{10}{9}}\,l\omega\right)\hat{\theta}$ $\Rightarrow$ $\vec{L}_2 = \vec{r}_2\times\vec{p}_2 = \left(\sqrt{\frac{10}{9}}\,l\hat{r}\right)\times\left(m\sqrt{\frac{10}{9}}\,l\omega\hat{\theta}\right) = \frac{10}{9}ml^2\omega\hat{z}$

כדור 3: $\vec{r}_3 = \frac{2}{3}l\hat{r}$, $\vec{p}_3 = m\left(\frac{2}{3}l\omega\right)\hat{\theta}$ $\Rightarrow$ $\vec{L}_3 = \vec{r}_3\times\vec{p}_3 = \left(\frac{2}{3}l\hat{r}\right)\times\left(m\frac{2}{3}l\omega\hat{\theta}\right) = \frac{4}{9}ml^2\omega\hat{z}$

כדור 4: $\vec{r}_4 = \sqrt{\frac{10}{9}}\,l\hat{r}$, $\vec{p}_4 = m\left(\sqrt{\frac{10}{9}}\,l\omega\right)\hat{\theta}$ $\Rightarrow$ $\vec{L}_4 = \vec{r}_4\times\vec{p}_4 = \left(\sqrt{\frac{10}{9}}\,l\hat{r}\right)\times\left(m\sqrt{\frac{10}{9}}\,l\omega\hat{\theta}\right) = \frac{10}{9}ml^2\omega\hat{z}$

שימור תנע זוויתי:

$$\vec{L}_{\text{לפני}} = \Sigma L_{\text{אחרי}}$$

$$4ml^2\omega_0\hat{z} = ml^2\omega_0\hat{z} + \frac{1}{3}ml^2\omega_0\hat{z} + \frac{10}{9}ml^2\omega\hat{z} + \frac{4}{9}ml^2\omega\hat{z} + \frac{10}{9}ml^2\omega\hat{z}$$

$$\left(4-1-\frac{1}{3}\right)\cancel{ml^2}\omega_0 = \left(\frac{10}{9}\cdot 2+\frac{4}{9}\right)\cancel{ml^2}\omega$$

$$\frac{9-1}{3}\omega_0 = \frac{20+4}{9}\omega$$

$$\frac{8}{3}\omega_0 = \frac{24}{9}\omega = \frac{8}{3}\omega \longrightarrow \omega = \omega_0$$

א. נגדיר את מיקום המסות:

$$\vec{r_i} = \left(-\ell + \frac{i-1}{2n-1}(2\ell)\right)$$

$$\vec{v} = |\omega r_i|\hat{\theta}$$

$$\vec{L_i} = \vec{r} \times m|\omega r_i|\hat{\theta} = m\omega r_i^2 \hat{z}$$

$$\sum_{i=1}^{2n} \vec{L} = \sum_{i=1}^{2n} m\omega r_i^2 \hat{z} = m\omega \ell^2 \hat{z} \sum_{i=1}^{2n}\left(-1 + \frac{2(i-1)}{2n-1}\right) = m\omega\ell^2\hat{z}\sum_{i=1}^{2n}\left(1 - \frac{4(i-1)}{2n-1} + \frac{4(i-1)^2}{(2n-1)^2}\right) =$$

$$= m\omega\ell^2\hat{z}\sum\left(1 - \frac{4i}{2n-1} + \frac{4}{2n-1} + \frac{4i^2}{(2n-1)^2} - \frac{8i}{(2n-1)^2} + \frac{4}{(2n-1)^2}\right) =$$

$$= m\omega\ell^2\hat{z}\sum\left(1 + \frac{4}{2n-1} + \frac{4}{(2n-1)^2} - \frac{4i}{2n-1} - \frac{8i}{(2n-1)^2} + \frac{4i^2}{(2n-1)^2}\right) =$$

$$= m\omega\ell^2\hat{z}\sum\left(\frac{4n^2-4n+1+4(2n-1)+4}{(\quad)^2} - 4i\left(\frac{2n-1+2}{(\quad)^2}\right) + 4i^2\frac{1}{(2n-1)^2}\right) =$$

$$= m\omega\ell^2\hat{z}\sum\left(\frac{4n^2-4n+1+8n-\cancel{4}+4}{(2n-1)^2} - 4i\frac{2n+1}{(2n-1)^2} + 4i^2\frac{1}{(2n-1)^2}\right) =$$

$$= m\omega\ell^2\hat{z}\left[\frac{4n^2+4n+1}{(2n-1)^2}\sum_{i=1}^{2n}1 - \frac{4(2n+1)}{(2n-1)^2}\sum_{i=1}^{2n} i + \frac{4}{(2n-1)^2}\sum_{i=1}^{2n} i^2\right] =$$

$$= m\omega\ell^2\hat{z}\left[\frac{4n^2+4n+1}{(2n-1)^2}2n - \frac{\cancel{4}^{2}(2n+1)}{(2n-1)^2}\frac{(1+2n)2n}{\cancel{2}} + \frac{\cancel{4}^{2}}{(2n-1)^2}\frac{2n(2n+1)(4n+1)}{3\cancel{6}}\right] =$$

$$= m\omega\ell^2\hat{z}\left(\frac{2n}{3(2n-1)^2}\right)\left[3(4n^2+4n+1) - 6(4n^2+4n+1) + 2(8n^2+6n+1)\right] =$$

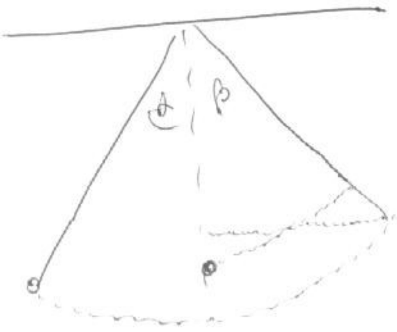
$$= m\omega\ell^2\hat{z}\,\frac{2n}{3(2n-1)^2}\left(-3(4n^2+4n+1) + 16n^2+12n+2\right) =$$

$$= m\omega\ell^2\hat{z}\,\frac{2n}{3(2n-1)^2}\left(-12n^2 - \cancel{12n} - 3 + 16n^2 + \cancel{12n} + 2\right) = m\omega\ell^2\hat{z}\left(\frac{2n}{3(2n-1)^2}\right)\left(4n^2-1\right) =$$

$$= m\omega\ell^2\hat{z}\,\frac{2n}{3(2n-1)^{\cancel{2}}}\cancel{(2n-1)}(2n+1) = m\omega\ell^2\hat{z}\,\frac{2n(2n+1)}{3(2n-1} = m\omega\ell^2\frac{2n(2n+1)}{3(2n-1)}\hat{z}$$

ב. כאשר נגדיר את המסה הכוללת, $M = 2mn$ ונלך לגבול:

$$\vec{L} = M\omega\ell^2\hat{z}\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{3}\,\frac{2n+1}{2n-1}\right) = \frac{1}{3}M\omega\ell^2\hat{z}$$



א.

$$mgl(1-\cos\alpha)=\frac{1}{2}mv^2$$

$$2gl(1-\cos\alpha)=v^2$$

ב. שימור תנע בקיצור הדרגתי:

$$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=l\,m\,l\omega=ml^2\omega$$

$$L=m(l')^2\omega' \longrightarrow l^2\omega=\left(\frac{9}{10}\right)^2 l^2\omega'$$

$$l'=\frac{9}{10}l \qquad \left(\frac{10}{9}\right)^2\omega=\omega'$$

המהירות הזוויתית [illegible].

עכשיו אפשר לחשב משיקולי אנרגיה את הזווית β:

$$E=\cancel{mgl\tfrac{1}{10}}+\frac{1}{2}m\left(\frac{9}{10}l\left(\frac{10}{9}\right)^2\omega\right)^2=\cancel{mgl\tfrac{1}{10}}+mg\left(\frac{9}{10}\right)l(1-\cos\beta)$$

$$\left(\frac{10}{9}\right)\frac{1}{2}m(l^2\omega^2)=\frac{9}{10}mgl(1-\cos\beta)$$

$$\left(\frac{10}{9}\right)\frac{1}{2}mv^2=\frac{9}{10}mgl(1-\cos\beta)$$

$$\left(\frac{10}{9}\right)\cancel{mg}l(1-\cos\alpha)=\frac{9}{10}\cancel{mg}l(1-\cos\beta)$$

$$\cos\beta=1-\left(\frac{10}{9}\right)^2(1-\cos\alpha)$$

ג.

$$\cancel{m}gl(1-\cos\beta)=\frac{1}{2}\cancel{m}v'^2$$

$$2gl(1-\cos\beta)=v'^2$$

$$2gl\left(\frac{10}{9}\right)^2(1-\cos\alpha)=v'^2$$

ד.

$$W=E_K'-E_K=\frac{1}{2}mv'^2-\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\left(v'^2-v^2\right)=\frac{1}{2}m\left(2gl\left(\frac{10}{9}\right)^2(1-\cos\alpha)-2gl(1-\cos\alpha)\right)=$$

$$=\frac{1}{\cancel{2}}m\cancel{2}gl(1-\cos\alpha)\left(\left(\frac{10}{9}\right)^2-1\right)=mgl(1-\cos\alpha)\left(\frac{19}{81}\right)$$