

## תרגיל 7 - אינפי 4

**שאלה 1.** חשבו את האינטגרלים הבאים:

1.  $\int_M z dS$ , כאשר

$$M = \{(x, y, z) \mid x = u \cos t, y = u \sin t, z = t, 0 \leq u \leq 1, 0 \leq t \leq 2\pi\}$$

2.  $\int_M x^2 + y^2 dS$  כאשר  $S$  הוא הכדור  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ .

3.  $\iint_M x^2 y^2 dS$  כאשר  $S$  הוא חצי כדור  $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ .

**שאלה 2.** חשבו את המסה של הפרבולואיד

$$z = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 1$$

בעל צפיפות מסה  $f(x, y, z) = z$ . (אם הסיפור מבלבל מדי, פשוט חשבו את האינטגרל של הפונקציה על הפרבולואיד).

**שאלה 3.** חשבו את המסה של הכדור  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  כאשר צפיפות המסה בכל נקודה שווה למרחק מהנקודה עד הציר  $x$ . (הדרכה: מצאו את הפונקציית מרחק של הנקודה  $(x, y, z)$  מציר ה- $x$  והציבו אותה באינטגרל).

**שאלה 4.** חשבו את הטאינטגרל  $\int_M F \cdot N dS$  (אינטגרל משטחי מסוג שני) עבור המקרים הבאים:

1.  $F(x, y, z) = (yz, xz, xy)$ ,  $M$  הוא הגליל  $x^2 + y^2 = 1, 0 \leq z \leq 1$  ו- $N$  הוא הנורמל החיצוני.

2.  $F(x, y, z) = (1, 1, 1)$  עם  $M = \{1 - 2x^2 - 5y^2 - 2xy = z, z \geq 0\}$  ו- $N$  הוא הנורמל החיצוני.

3.  $F(x, y, z) = (x, 0, 1)$  ו- $M$  הוא חלק של המשטח  $z = 1 - x^2$  הנמצא בין המישורים  $z = 0$  ו- $z = y, y = 0$ .  $N$  הוא הנורמל בעל רכיב  $z$  חיובי.

4.  $F = (x^3, y^3, z^3)$ ,  $M$  הוא הגליל  $x^2 + y^2 = 1024$  הנמצא בין המישורים  $z = 0$  ו- $z = 20$ .