

## תכונות של שדות

יהי  $\mathbb{F}$  שדה. אזי התכונות הבאות מתקיימות בו:

### תכונות "יחידות":

1. האיבר הניטרלי החיבורי יחיד.
2. האיבר הניטרלי הכפלי יחיד.
3. לכל איבר יש נגדי יחיד.
4. לכל איבר (שונה מ- $0_{\mathbb{F}}$ ) יש הופכי יחיד.

### כללי הצמצום והכפל באפס:

1. לכל  $a, b, c \in \mathbb{F}$ , אם  $a + b = a + c$ , אזי  $b = c$ .
2. לכל  $a, b, c \in \mathbb{F}$ , אם  $a \cdot b = a \cdot c$  וגם  $a \neq 0_{\mathbb{F}}$ , אזי  $b = c$ .
3. לכל  $a \in \mathbb{F}$  מתקיים  $a \cdot 0_{\mathbb{F}} = 0_{\mathbb{F}} \cdot a = 0_{\mathbb{F}}$ .

### תכונות החיבור:

1. לכל  $a \in \mathbb{F}$ ,  $-a = (-1) \cdot a$ .
2. לכל  $a, b \in \mathbb{F}$ ,  $-(a + b) = (-a) + (-b)$ .
3. לכל  $a, b \in \mathbb{F}$ ,  $-(a \cdot b) = (-a) \cdot b = a \cdot (-b)$ .
4. לכל  $a \in \mathbb{F}$ ,  $-(-a) = a$ .

### תכונות הכפל:

1. לכל  $a \in \mathbb{F}$ ,  $0_{\mathbb{F}} \neq a$ ,  $(a^{-1})^{-1} = a$ .
2. איבר  $a \in \mathbb{F}$ ,  $0_{\mathbb{F}} \neq a$  נקרא **מחלק אפס** אם יש איבר  $b \in \mathbb{F}$ ,  $0_{\mathbb{F}} \neq b$  שעבורו  $a \cdot b = 0_{\mathbb{F}}$ .  
בשדה אין מחלקי אפס.  
במילים אחרות, לכל  $a, b \in \mathbb{F}$ , אם  $a \cdot b = 0_{\mathbb{F}}$ , אזי  $a = 0_{\mathbb{F}}$  או  $b = 0_{\mathbb{F}}$ .
3. לכל  $a, b \in \mathbb{F}$ ,  $0_{\mathbb{F}} \neq a, b$ ,  $(a \cdot b)^{-1} = a^{-1} \cdot b^{-1}$ .