תורת גלואה – תרגיל 11

1. חשבו את $\left[Q\left(\sqrt{1+\sqrt{2}}\right):Q\right]$.
2. הוכיחו כי הקבוצה $\left\{x^{2}-6xy+2y^{2} :x,y\in Q\right\}∖\left\{0\right\}$ היא תת-חבורה של $Q^{×}$.
3. הוכיחו/הפריכו: אם $F⊆K\_{1},K\_{2}⊆E$ תתי-שדות ביניים של הרחבת גלואה כלשהי שממדיהם מעל $F$ הם חזקות-2 אז גם $\left[K\_{1}K\_{2}:F\right]$ חזקת-2.
4. כתבו ל-$\cos(\left(18°\right))$ נוסחה המערבת (רק) מספרים שלמים, חיבור, חיסור, כפל, חילוק והוצאת שורש ריבועי.
5. האם $\cos(\left(40°\right))=a+b\sqrt[3]{d}+c\left(\sqrt[3]{d}\right)^{2}$ (כאשר $a,b,c,d\in Q$)?