

חשבון אינפיניטסימלי 4 (88-236-01/05)
מועד א', תשע"ז

מרצה: פרופ' אנדריי לרנר.

משך הבחינה: 3 שעות.

חומר עזר: אין להשתמש בכל חומר עזר. אין להשתמש במחשבון כיס.

ענו על 4 מתוך 5 השאלות הבאות. משקל כל שאלה 25 נקודות.

1. הוכח את למת פואנקרה ב- $\mathbb{R}^n$: אם

$$\omega = \omega_1 dx_1 + \dots + \omega_n dx_n \in C^1(\mathbb{R}^n)$$

תבנית סגורה אזי היא מדויקת.

2. בעזרת משפט גרין חשב את האינטגרל

$$\int_{\gamma_1 \cup \gamma_2} x dx + x^2 y dy$$

כאשר

$$\gamma_1(t) = (2 \cos t, 2 \sin t), t \in [-\pi/2, \pi]$$

-ו

$$\gamma_2(t) = (\sin t, \cos t), t \in [-\pi/2, \pi]$$

3. יהי

$$G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1 + x\}$$

מצא את שטח הפנים של ∂G .

4. בעזרת משפט סטוקס חשב את האינטגרל $\int_M (\text{curl} F) \cdot N dS$ כאשר $F = (2z + y, z + 3x, x - 2y)$,

$$M = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 9, 0 \leq y \leq 1\}$$

-ו N נורמל חיצוני.

5. א) תהי $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ קבוצה קשירה וקומפקטית עם שפה חלקה. הוכח שאם $\varphi, \psi \in C^2(\overline{\Omega})$ אזי

$$\int_{\Omega} (\nabla \varphi) \cdot (\nabla \psi) dx + \int_{\Omega} (\varphi \nabla^2 \psi) dx = \int_{\partial \Omega} (\varphi \nabla \psi) \cdot N dS$$

כאשר N נורמל חיצוני.

ב) הוכח שאם $f \in C^2(\overline{\Omega})$ הרמונית ב- Ω ו- $f \equiv 0$ ב- $\partial \Omega$ אזי $f \equiv 0$ ב- Ω .