

בוחר לינארית 1 קיץ תשפ

חלק א

• שאלה ראשונה: יהא $a \in \mathbb{R}$ פרמטר ונגדיר את שלישית הוקטורים

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ a+4 \\ 0 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ -a^2+4a-1 \\ a^2-4a+4 \end{pmatrix}$$

ויהא

$$b = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ a-2 \end{pmatrix}$$

וקטור נוסף.

- מצאו את כל ערכי a עבורם $b \notin \text{span}\{v_1, v_2, v_3\}$ (אם אין ערכים כאלה - ציינו זאת).
 - מצאו את כל ערכי a עבורם $b \in \text{span}\{v_1, v_2, v_3\}$ וגם מתקיים כי v_1, v_2, v_3 ת"ל (אם אין ערכים כאלה - ציינו זאת).
 - כתבו ערך a כלשהוא שעבורו v_1, v_2, v_3 בת"ל. עבור ערך זה, מצאו סקלרים $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ המקיימים כי $b = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3$.
 - מצאו את כל ערכי a עבורם $b \in \text{span}\{v_1, v_2\}$ (אם אין ערכים כאלה - ציינו זאת).
- שאלה שניה: תהינה B, C, D מטריצות. נכון/לא נכון - הצדיקו תשובתכם.

- האם שינוי האיבר $D_{3,4}$ יכול לשנות את ערך האיבר $[BCD]_{2,1}$?
- אם במטריצה D יש שורת אפסים וגם עמודת אפסים, האם בהכרח במטריצה BCD יש שורת אפסים או עמודת אפסים?
- נתון כי המטריצה B אינה ריבועית אך המטריצה BCD ריבועית. האם בהכרח $BCD \neq I$?

חלק ב

• שאלה שלישית: נתונה הקבוצה

$$F = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

שהיא תת קבוצה של $\mathbb{R}^{2 \times 2}$. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

- לכל $A_1, A_2 \in F$ מתקיים כי $A_1 \cdot A_2 \in F$.
 - לכל $A_1, A_2 \in F$ מתקיים כי $A_1 \cdot A_2 = A_2 \cdot A_1$.
 - לכל $A \in F$ שאינה מטריצת האפס מתקיים כי A הפיכה ובנוסף $A^{-1} \in F$.
 - מתקיים כי F הינה תת מרחב וקטורי של $\mathbb{R}^{2 \times 2}$.
- במידה ותבחרו להגיש את השאלה השלישית לבדיקה, ייתכן שתוזמנו לשיחת זום קצרה על המבחן (כתבו במקרה זה "עניתי על השאלה השלישית").
- במידה ותבחרו לא להגיש את השאלה השלישית לבדיקה, תקבלו עליה 15 נקודות אוטומטיות. (כתבו במקרה זה "לא עניתי על השאלה השלישית").