

קומבינטוריקה - תרגול 1

19 באוקטובר 2020

1 כמתים

במתמטיקה אנחנו מבדיילים בין שני כמתים:

• לכל: $\forall$. למשל, לכל סטודנט בקורס מתקיים: הסטודנט חרוץ.

• קיים: $\exists$. למשל, קיים סטודנט בקורס שהוא חרוץ.

לכן:

• כדי להוכיח טענת לכל צריך לעבור על כל האיברים עליהם הטענה מדוברת, וכדי להוכיח קיום מספיק למצוא 1.

• כדי להפריך טענת לכל צריך למצוא לפחות 1 שלא מקיים, וכדי להפריך טענת קיום צריך להראות שכולם לא מקיימים את הטענה.

שלילת כמתים:

$$\neg \forall x : P(x) \equiv \exists x : \neg P(x)$$

$$\neg \exists x : P(x) \equiv \forall x : \neg P(x)$$

לדוגמא:

$$\neg (\forall x : (x > 5)) \equiv \exists x : \neg (x > 5) \equiv \exists x : (x \leq 5)$$

בעברית: לומר "לא לכל x מתקיים $x > 5$ " זה שקול לומר: "ישנו x שלא מקיים $x > 5$ ", שזה כמו לומר "ישנו x הקטן או שווה ל-5".

$$\neg (\exists x : (x < 1)) \equiv \forall x : \neg (x < 1) \equiv \forall x : (x \geq 1)$$

בעברית: לומר "לא קיים מספר x הקטן מ-1", שקול לומר "לכל x לא נכון שהוא קטן מאחד", שזה כמו לומר "כל x הוא גדול או שווה ל-1".

2 קבוצות

קבוצה מבחינתנו היא אוסף של איברים. סימון: שמים את האיברים בין סוגריים מסולסלות:

$$A = \{0, \pi, aba\}$$

בקבוצה אין חשיבות לסדר ולכפילות של איברים:

$$\{0, \pi, aba\} = \{\pi, aba, 0\} = \{0, \pi, aba, 0\}$$

נאמר $A = B$ אם יש להן בדיוק את אותם איברים.
דוגמא לקבוצה עם סימון ידוע: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$.

2.1 הכלה ושייכות

- אם איבר a שייך לקבוצה A נסמן $a \in A$. למשל $1 \in \{1, 2, 3\}$.
- אם A, B קבוצות ומתקיים: $\forall a \in A : a \in B$ אז נאמר ש- A מוכלת ב- B , ונסמן $A \subseteq B$. לדוגמא

$$\{1, 2, 3\} \subseteq \mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}$$

$$\{1, 2, 3\} \subset \mathbb{N}$$

$$\{1, 2, 3\} \subsetneq \mathbb{N}$$

- הקבוצה הריקה היא הקבוצה שאין בה איברים: $\{\} = \emptyset$.

תרגילים:

	$A \in B$	$A \notin B$
$A \subseteq B$	$A = \emptyset, B = \{1, 2, 3, \underbrace{\emptyset}_{=A}\}$	$A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 3\}$
$A \not\subseteq B$	$A = \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}, B = \{\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}\}$	$A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$

1. מצאו קבוצות A, B כך ש-:

2. נסמן $A = \{1, 2, 3\}, B = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}, C = \{1\}, D = \{\{1\}\}$. מצאו קשרי

הכלה ושייכות:

פתרון:

$$C \in D$$

$$C \subseteq A$$

$$C \in B$$

$$D \subseteq B$$