

מתמטיקה בדידה (88195), סמטסטר קיץ תשעט, מועד ב'

6.9.2019, ט"ו אלול תשעט

מרצים: גברת תמר בר-און, ד"ר אפי כהן, מר אלעד עטייא, ד"ר ארז שיינר
מתרגלים: עדי בן-צבי, אחיה בר-און, אריאל ויצמן, עוזי חרוש, עובד נגר, עומר נטר, גלעד פורת קורן, הראל רוזנפלד.
אורך המבחן: 3 שעות.
חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.
הנחיות:

- יש לענות על כל 5 השאלות.
- יש לענות על **דפי הבחינה** בלבד.
ניתן להשתמש במחברת כטיוטא, אך המחברת **לא תיבדק כלל**.
- השאלות לא מסודרות בהכרח לפי רמת קושי- מומלץ להתחיל עם שאלות שאתם יודעים לפתור.
- נמקו תשובתכם היכן שנדרש.

המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שאתם יודעים לענות. חלקו את זמנכם בתבונה!

בהצלחה! ☺

1. (20 נק'. 5 נק' לסעיף) תהיינה קבוצות A, B, C . הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

$$P(A) \cup P(B) \subseteq P(A \cup B) \quad (\text{א})$$

$$A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C \quad (\text{ב})$$

$$B \subseteq A \quad \text{או} \quad P(A) \cap P(B) = A \quad \text{אם} \quad (\text{ג})$$

$$B \setminus (A \setminus B) = B \setminus (C \setminus B) \quad (\text{ד})$$

דף נוסף לשאלה מספר ---

2. (20 נק') נגדיר יחס S על \mathbb{R} ע"י הכלל: aSb אם $m \in \mathbb{Z}$ $a - b \in m$.

(א) הוכיחו כי S יחס שקילות.

(ב) מצאו את מחלקות השקילות $[0]_S, [0.5]_S$.

(ג) הוכיחו/הפריכו: לכל $x \in \mathbb{R}$ מתקיים כי $[x]_S = [-x]_S$.

(ד) קבעו האם עוצמת קבוצת המנה $|\mathbb{R}/S|$ היא \aleph_0 , \aleph_1 או אחרת. הוכיחו קביעתכם.

דף נוסף לשאלה מספר ---

(א) (10 נק') תהי פונקציה $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ונגדיר יחס R על \mathbb{N} ע"י הכלל: aRb אם"מ $f(a) \leq f(b)$.
 i. הוכיחו שאם f חח"ע אז R יחס סדר חלקי \mathbb{N} .

ii. תנו דוגמה ל f שעבורה R אינו יחס סדר חלקי על \mathbb{N} .

(ב) (10 נק') תהא $f : X \rightarrow Y$ פונקציה הפיכה. הוכיחו שלכל $A \subseteq X$ מתקיים כי $f[X \setminus A] = Y \setminus f[A]$.

דף נוסף לשאלה מספר ---

4. (20 נק'). קבעו והוכיחו עבור על אחת מהקבוצות הבאות אם עוצמתה \aleph_0 , \aleph , 2^{\aleph} סופית או אחרת.

(א) $A = P(P(\mathbb{N}))$

(ב) הקבוצה B המוגדרת כקבוצת כל הפונקציות החח"ע מ $P(\mathbb{N})$ ל \mathbb{N} .

(ג) הקבוצה C המוגדרת כקבוצת כל הפונקציות העל מ \mathbb{N} ל $\{1, 2\}$.

(ד) $D = \{(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid a^2 + b^2 = 1\}$ (מעגל היחידה).

דף נוסף לשאלה מספר ---

דף נוסף לשאלה מספר ---

5. (20 נק').

(א) נגדיר סדרת קבוצות ע"י $A_1 = \emptyset$ ולכן n טבעי נגדיר $A_{n+1} = A_n \cup \{A_n\}$.

i. (3 נק') מצאו את A_2, A_3, A_4 .

ii. (10 נק') הוכיחו באינדוקציה או בכל דרך אחרת כי לכל n טבעי ולכל $k < n$ טבעי מתקיים כי $A_k \in A_n$.

(ב) (7 נק') יהא $G = (V, E)$ גרף עם n קודקודים ונניח כי דרגת כל הקודקודים היא 1.

i. האם ייתכן כי $n = 7$? הוכיחו תשובתכם.

ii. מצאו את כמות רכיבי הקשירות (השוניים) של G .

דף נוסף לשאלה מספר ---

דף נוסף לשאלה מספר ---

דף נוסף לשאלה מספר ---