

תרגיל בית 9 במתמטיקה בדידה 2

83-118 סמסטר ב' תשע"ה

שאלה 1. יהי G גרף לא מכוון. הוכיחו שאם לכל קודקוד בגרף דרגה 2 או יותר, אז יש מעגל בגרף.

שאלה 2. בנו גרף לא מכוון שבו דרגות כל הקודקודים גדולות מ-10 ויש בו קודקוד שאינו נמצא על אף מעגל.

שאלה 3. הוכיחו שגרף לא מכוון G הוא קשיר אם ורק אם לכל זוג קודקודים u, v יש מסלול פשוט בין u לבין v .

שאלה 4. כיצד נראה הגרף המשלים של הגרף הדו-צדדי השלם $K_{s,t}$? (ראו הגדרה 5.2.12 בספר).

שאלה 5. נגדיר באופן רקורסיבי מחלקה F של גרפים לא מכוונים. הבסיס: הגרף הכולל קודקוד בודד שייך למחלקה F .
הכלל הרקורסיבי: יהיו G גרף במחלקה F , x קודקוד ב- G ו- y קודקוד חדש שאיננו שייך לקודקודי G . נבנה גרף חדש על ידי הוספת הקודקוד y והצלע (x, y) ל- G . אז גם הגרף החדש שייך למחלקה F .
אילו גרפים נמצאים במחלקה F ? הוכיחו תשובתכם.

שאלה 6. יהי n מספר טבעי. יהי גרף G עם 2^n קודקודים שמתאימים לתת-קבוצות של $\{1, \dots, n\}$. שני קודקודים הם שכנים אם בחיתוך של תת-הקבוצות המתאימות להם יש בדיוק שני איברים.

מה מספר הקודקודים עם דרגה 0 בגרף G ? מה הוא מספר רכיבי הקשירות של G ?

שאלה 7. יהי גרף G מסדר n עם k רכיבי קשירות. נבנה גרף חדש שבו אנו מוציאים קודקוד x מהגרף G יחד עם כל הקשתות שחלות ב- x .

מה הוא המספר המינימלי האפשרי והמספר המקסימלי האפשרי של רכיבי קשירות בגרף החדש? הוכיחו תשובתכם ומצאו דוגמאות לחסמים שמצאתם.

שאלה 8. (+) חלקכם כבר יודעים שלא כל גרף הוא מישורי, למשל K_5 . הוכיחו כי כל גרף סופי ניתן לשיכון במרחב התלת מימדי \mathbb{R}^3 ללא חיתוך צלעות (מעין "כל גרף הוא מרחבי").
כאתגר, הוכיחו שאת הגרף אפשר לשכן במרחב כאשר הצלעות הן רק קווים ישרים (רמז: הסתכלו על העקומה (t, t^2, t^3)).

שאלה 9. ציירו כמה פאונים כגרפים מישוריים (מקצועות הפאון הן הקשתות בגרף).
דוגמאות לפאונים: קובייה (ובאופן כללי יותר מנסרה), ארבעון (טטראדר), תריסריון ועשרימון קטום ("פאון הכדורגל").

בהצלחה!