

מתמטיקה בדידה 88-195 מועד ב' תשס"ה. ד"ר דהרי, פרופ' פייגלשטוק.
 זמן הבחינה שעתיים וחצי. מותר להשתמש במחשבון.
 $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$, \mathbb{Q} = קבוצת המספרים הרציונלים, \mathbb{R} = קבוצת המספרים הממשיים,
 $A' = A^c$ = המשלים של הקבוצה A .

חלק א'

ענה על כל השאלות בשאלון. ערך כל חלק 3 נק'.

1. א) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$, כן / לא.

ב) $P(A \cup B) = P(A) \cup P(B)$, כן / לא.

ג) $P(A \setminus B) = P(A) \setminus P(B)$, כן / לא.

ד) $(A \setminus B)' = A' \cup B$, כן / לא.

2. א) אם $|A| = 4$ האם ישנם בדיוק 18 יחסי שקילות מעל הקבוצה A ? כן / לא.

ב) E הוא יחס על קבוצה A . היחס F מוגדר על $P(A) \setminus \{\emptyset\}$ ע"י $(B, C) \in F$ אם ורק אם קיימים $b \in B, c \in C$ כך ש- $(b, c) \in E$.
 אם E הוא טרנזיטיבי אזי F הוא טרנזיטיבי, כן / לא.

ג) A תהי קבוצה סופית, E יחס שקילות על A , ויהיו A_1, \dots, A_k כל מחלקות השקילות השונות של A . אם $|A_i| = 2$ לכל $1 \leq i \leq k$ אזי $|E| = 4k$, כן / לא.

ד) אם E ו- F הם יחסים רפלקסיבים וסימטרים על קבוצה A אזי $E \cap F$ הוא יחס רפלקסיבי וסימטרי על A , כן / לא.

3. א) יהיו $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציות, ותהי $h: A \rightarrow \mathbb{R}$ מגדרת ע"י $h(a) = f(a) + g(a)$ לכל $a \in A$. אם f ו- g הן על אזי h היא על, כן / לא.

ב) תהי $f: A \rightarrow \mathbb{N}$ פונקציה, ותהי $f': P(A) \setminus \{\emptyset\} \rightarrow \mathbb{N}$ מגדרת ע"י $f'(B) = \min\{f(b) : b \in B\}$ לכל $\emptyset \neq B \subseteq A$. אם f חח"ע אזי f' חח"ע, כן / לא.

ג) תהי $A \neq \emptyset$. אם קיימת פונקציה חח"ע $f: A \rightarrow B$ אזי קיימת פונקציה על $g: B \rightarrow A$, כן / לא.

ד) תהי $f: A \rightarrow A$ פונקציה. אם $f \circ f$ היא חח"ע אזי f היא חח"ע, כן / לא.

4. א) אם $A \subsetneq B$ אזי $|P(A)| < |P(B)|$, כן / לא.

ב) תהי A קבוצה בת מניה, B קבוצה סופית ותהי B^A קבוצת כל הפונקציות מ- A ל- B . אזי B^A היא קבוצה בת מניה, כן / לא.

ג) תהי $A = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 1\}$ ותהי $B = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$. אזי $|A| < |B|$, כן / לא.

ד) תהי A קבוצת כל הנקודות (x, y) במישור כך ש- x ו- y הם מספרים רציונליים. A היא בת מניה, כן / לא.

5. $G = (V, E)$ הוא גרף בלתי מכוון, $|V| = n$, $|E| = e$.
א) אם $e \leq n - 1$ אזי G הוא עץ, כן / לא.

ב) אם G המילטוני אזי G מישורי, כן / לא.

ג) אם G קשיר, $n > 1$, ו- $v \in V$ מקיים $d(v) = 1$ אזי $G \setminus \{v\}$ הוא קשיר, כן / לא.

ד) $K_{n,m}$ הוא אוילריני אם ורק אם $n = m$, כן / לא.

6. א) מספר הפתרונות של אי השוויון $x_1 + x_2 + x_3 \leq 12$ כאשר כל x_i הוא מס' שלם $0 \leq$, הוא

ב) מס' מיקוד מורכב מ-5 ספרות הבאות מן האוסף $\{1, 1, 2, 2, 3, 3\}$ מס' הדרכים להרכיב מס' מיקוד הוא

ג) מס' הדרכים לחלק 10 ארטיקים בין 30 ילדים (יתכן שילד אחד יקבל את כל הארטיקים) הוא

ד) מס' הדרכים לחלק 10 ארטיקים ו-5 סוכריות בין 30 ילדים, כאשר ילד יכול לקבל לכל היותר ממתק אחד הוא

חלק ב'

ענה על שתי השאלות. ערך כל שאלה 14 נק'.

1. אם A ו- B הן קבוצות סופיות אזי מס' הפונקציות מ- A ל- B הוא $|B|^{|A|}$. מצא אך ורק בעזרת עקרון ההכלה וההדחה את מס' פונקציות העל מ- $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ל- $\{1, 2, 3\}$.

2. נתונה המשוואה $f(n+2) - 4f(n+1) + 4f(n) = 3$, עם תנאי התחלה $f(0) = 1$ ו- $f(1) = 0$. מצא פונקציה $f: \mathbb{N} \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ הפותרת את המשוואה ומקיימת את תנאי ההתחלה.

בהצלחה!