

מועד א' - בדידה מדעי המחשב (89198)

27.9.2017, ז' תשרי תשע"ח

מרצה: אחיה בר־און
מתרגל: אריאל ויצמן
הנחיות:

- ענו על כל השאלות.
- ללא חומר עזר, פרט למחשבון פשוט.
- השאלות לא מסודרות בהכרח לפי רמת קושי- מומלץ להתחיל עם שאלות שאתם יודעים לפתור.
- נמקו תשובתכם.
- ניקוד מקסמאלי הוא 120. הניקוד מצויין ליד כל שאלה. ציון מעל 100 יעוגל ל 100.
- בשאלות על עוצמות התשובות צריכות להיות מספר סופי או מתוך האפשרויות $\{2^{\aleph_0}, \aleph, 2^{\aleph_0}, 2^{\aleph}\}$.

המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שאתם יודעים לענות. חלקו את זמנכם בתבונה!

בהצלחה!

1. [8 נק' לסעיף] הוכיחו או הפריכו- לכל p, q פסוקים לוגיים מתקיים (הסימון \equiv בשאלה זאת מציין שקילות לוגית):

$$(א) [(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)] \equiv [p \vee (\neg q)]$$

$$(ב) [p \leftrightarrow q] \equiv [(\neg q) \leftrightarrow (\neg p)]$$

2. נגדיר יחס R על \mathbb{N} כך: לכל $a, b \in \mathbb{N}$

$$aRb \iff [(a|b) \wedge (\exists m \in \mathbb{N} : b|a^m)]$$

כאשר $a|b$ פירושו a מחלק את b .

(א) [6 נק'] הוכיחו כי R יחס סדר.

(ב) [5 נק' לסעיף] עבור הקבוצות הבאות מצאו \inf, \sup במידה וקיימים. במידה שלא קיימים \inf, \sup הוכיחו זאת.

$$i. B = \{2^n : n \in \mathbb{N}\}$$

$$ii. B = \{2n : n \in \mathbb{N}\}$$

$$iii. B = \{2 \cdot 3^3 \cdot 4^3, 2^2 \cdot 3 \cdot 4^2, 2^3 \cdot 3^2 \cdot 4\}$$

3.

(א) [4 נק'] צטטו את משפט לחיצת הידיים.

(ב) [6 נק'] יהא $T = (V, E)$ עץ מסדר סופי עם $2 \leq |V|$ קודקודים. הוכיחו כי קיים קודקוד מדרגה 1.

(ג) [8 נק'] יהא $T = (V, E)$ עץ מסדר סופי עם $2 \leq |V|$ קודקודים. הוכיחו כי קיימים שני קודקודים שונים בעלי דרגה 1 (הדרכה אפשרית: באינדוקציה).

(ד) [4 נק'] תנו דוגמא לעץ $T = (V, E)$ מסדר סופי עם $3 \leq |V|$ קודקודים כך שלא קיימים שלוש קודקודים שונים בעלי דרגה 1.

4. בשביל לקבל תואר במדעי הגינון במכללת "עובר ושב" סטודנט צריך לקבל ציונים ב 12 קורסים. רשימת הקורסים שהסטודנט יכול לקחת מתחלקים ל 3 האשכולות הבאים:

(א) אשכול A: קורסים בתחום "גינון מודרני". אשכול זה מונה 15 קורסים.

(ב) אשכול B: קורסי בחירה ב"גינון מתקדם". אשכול זה מונה 3 קורסים.

(ג) אשכול C: קורסים בתחום "היסטורית הגינון". אשכול זה מונה 3 קורסים.

ענו על השאלות הבאות [7 נק' לסעיף]:

(א) כמה אפשריות למערכת שעות יש לסטודנט על מנת לקבל תואר.

(ב) כמה אפשריות למערכת שעות יש לסטודנט על מנת לקבל תואר במידה והסטודנט צריך לקחת 8 קורסים (בדיוק) באשכול A, 2 קורסים (בדיוק) באשכול B ו 2 קורסים (בדיוק) באשכול C.

(ג) בסוף שנה המכללה מחלקת לכל סטודנט שסיים את חובות התואר, טבלא מרכזת שבה כתובים כמה קורסים הסטודנט לקח מכל אשכול. למשל, הטבלאות

A	11	,	A	6	,	A	8
B	1	,	B	3	,	B	1
C	0	,	C	3	,	C	3

הן מספר דוגמאות. כמה טבלאות שונות כאלו יש?

5. [8 נק' לכל סעיף] תהא $X = \{1, \dots, n\}$. נגדיר יחס \sim על $P(X) \times P(X)$ כך: לכל $(A_1, A_2), (B_1, B_2) \in P(X) \times P(X)$

$$(A_1, A_2) \sim (B_1, B_2) \iff A_1 \cap A_2 = B_1 \cap B_2$$

(א) הוכיחו כי \sim יחס שקילות.

(ב) מצאו את גודל קבוצת המנה $P(X) \times P(X) / \sim$.

(ג) יהא $(A_1, A_2) \in P(X) \times P(X)$. נסמן $|A_1 \cap A_2| = m$ מצאו את גודל מחלקת השקילות $[(A_1, A_2)]_{\sim}$.

6. [8 נק' לכל סעיף] עבור $A = \{1, 2, 3, 4\}$, מצאו את עוצמת הקבוצות הבאות:

(א) S_1 - קבוצת הפונקציות $f : A \rightarrow \mathbb{N}$ החח"ע.

(ב) S_2 - קבוצת הפונקציות $f : A \rightarrow \mathbb{N}$ שאינן חח"ע.

בהצלחה! ☺