107) $2\left(\frac{4^x+1}{2^x}\right)^2 - 7\left(\frac{4^{-x}+1}{2^{-x}}\right) + 5 = 0$

108) $(\sqrt{2+\sqrt{3}})^x + (\sqrt{2-\sqrt{3}})^x = 4$

109) $(3+2\sqrt{2})^x - \sqrt{2}(\sqrt{2}+1)^x + \sqrt{2} = 1$

תשובות: 83) 1. 84) $2\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$. 85) -1. 86) $\frac{1}{2}$. 87) -1, 2. 88) $\frac{1}{4}$, 0. 89) 2, -1. 90) -1. 91) 6. 92) $1\frac{1}{2}$. 93) 1. 94) 2. 95) 3. 96) -1. 97) $1\frac{1}{2}$. 98) ± 1. 99) 0, 1. 100) 2, $-\frac{1}{2}$. 101) $\frac{1}{2}$. 102) 2. 103) -3. 104) 4. 105) אין פתרון. 106) 1, -2. 107) ± 1. 108) ± 2. 109) 0, -1.

פתור את המשוואות הבאות שבהן המשתנה מופיע גם בבסיס (שים לב שהבסיס חייב להיות חיובי):

110) $x^{2x+1} = x^5$

111) $(x+1)^{2x-1} = (x+1)^{4x}$

112) $(x+3)^{x^2} = (x+3)^9$

113) $(x+4)^{x^2-2x} = (x+4)^3$

114) $(5-x)^x = (5-x)^{\frac{3}{4-x}}$

115) $(x-2)^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x-2})^x$

116) $(\sqrt{3-x})^{\sqrt{x}} = (\sqrt[3]{3-x})^{x+\frac{1}{2}}$

117) $(x^2+x-1)^{x^2+1} = 1$

118) $(x^2-5x+7)^{x^2-1} = 1$

119) $(2x^2-x)^{x^2-3x} = (2x^2-x)^{x+5}$

120) $\left(\frac{x-1}{2x}\right)^{2x^2-5x} = \left(\frac{x-1}{2x}\right)^{-2}$

121) $\left(\frac{x}{3x-1}\right)^{x^2-2x} = \left(\frac{3x-1}{x}\right)^{-3x}$

122) $\left(\frac{x+1}{x}\right)^{x^2+x} = 1$

123) $|x-3|^{x^2-2} = |x-3|^{x-2}$

תשובות: 110) 1, 2. 111) 0, $-\frac{1}{2}$. 112) -2, 3. 113) -3, 3, -1. 114) 3, 1. 115) 3, 4. 116) 2, 1, $\frac{1}{4}$. 117) 1, -2. 118) 2, 3, ± 1. 119) 1, $-\frac{1}{2}$, 5, -1. 120) -1, 2. 121) $\frac{1}{2}$, 5. 122) אין פתרון. 123) 4, 2, 0, 1.

משוואות מעריכיות עם שני נעלמים

פתור את מערכות המשוואות הבאות:

1) $x - y = 2$, $2^x + 2^y = 10$

2) $x + y = 2$, $7^{x+1} + 7^{1-y} = 50$

3) $x + y = 3$, $3^{x+1} + 3^y = 18$

4) $x + y = 2$, $5^x - 5^y = 24$

5) $x + y = 3$, $2^x + 2^y = 6$

6) $2^{x+y} = 16$, $3^{x-y} = 9$

7) $4^{xy} = 64^2$, $5^{2x-y} = 625$

8) $(\sqrt{3})^{y-x} = 3$, $2^{x^2+y^2} = 4^{10}$

9) $(5\sqrt{5})^{x+y-4} = 25^{1-x}$, $9\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{y-x} = 3^{x+y}$

10) $(\sqrt{2^x})^y = 4\sqrt{2}$, $3^{x-3}\left(\frac{1}{3}\right)^{y-1} = 9$

11) $5^x - 2\cdot 7^y = 11$, $2\cdot 5^x - 7\cdot 7^y = 1$

12) $5^x - 2^y = 1$, $5^{x-1}\cdot 2^{y-1} = 2$

13) $3^x + 5^y = 14$, $9^x - 3\cdot 25^y = 6$

14) $2^x + 4^y = 10$, $4^x + 16^y = 68$

15) $4^{x+1} + y = 7$, $4^{x+2} - 3y = -7$

16) $3^x + 3y = 0$, $9^x + 10y = -1$

17) $3^{x+y} - 2^{x-y} = 1$, $3^{x+y+1} - 2^{x-y+2} = -5$

18) $12^{2y-x} = \left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^{4-2y}$, $2^x\cdot 3^y = 24$

19) $5^{2x}\cdot 3^y = 675$, $4\sqrt{0.5^y} = (\sqrt{2})^x$

20) $(2\sqrt{5})^{x-y} = 20$, $(2\sqrt[3]{3})^{x+y} = 24$

21) $2^{-y} - 2^{-x} = \frac{1}{4}$, $2^{x-y} - 2^{y-x} = 1\frac{1}{2}$

22) $5^{(3^{2x}-y)} = \frac{1}{25}$, $3^x + y = 14$

23) $9^x + 25^y = 10$, $(3^x-1)^2 + (5^y+1)^2 = 8$

24) $2^x\cdot 3^y = 72\cdot 6^{y-x}$, $3^x\cdot 2^y = 3\cdot 6^{x-y}$

תשובות: 1) (3 , 1). 2) (1 , 1). 3) (1 , 2). 4) (2 , 0). 5) (1 , 2), (2 , 1). 6) (3 , 1). 7) (3 , 2), (−1 , −6). 8) (2 , 4), (−4 , −2). 9) (2 , $\frac{2}{3}$). 10) (5 , 1), (−1 , −5). 11) (2 , 1). 12) (1 , 2). 13) (2 , 1). 14) (1 , $1\frac{1}{2}$), (3 , $\frac{1}{2}$). 15) (−$\frac{1}{2}$, 5). 16) (1 , −1), (−1 , −$\frac{1}{9}$). 17) (2$\frac{1}{2}$, −$\frac{1}{2}$). 18) (3 , 1). 19) (1 , 3). 20) (2$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$). 21) (2 , 1). 22) (1 , 11). 23) (1 , 0). 24) (2 , 1).

פתור את מערכות המשוואות הבאות (שים לב שהבסיס חייב להיות חיובי):

25) $\sqrt[x]{y} = \sqrt{3}$, $y^x = 9$

26) $10^y = x$, $(\sqrt[4]{x})^{y+7} = 10^{1+y}$

27) $x^y = 8$, $\sqrt[y]{216} = 3x$

28) $x^{3y-x} = y^5$, $y^{3y-x} = (\sqrt{x})^{40}$ $(0 < 3y - x)$

29) $x^{x+y} = y^{12}$, $y^{x+y} = x^3$

30) $\sqrt{2}^{x+y} = 2\sqrt{2}$, $\sqrt{x}\,y^{2+7} = x^{(x^2)}$

31) $y^{x^2+x} = 64$, $y^{x^2} = 32$

32) $\sqrt[\frac{x}{y}]{5x+3y} = 3$, $2^{\frac{x}{y}}(5x+3y) = 216$

33) $\sqrt{x}^y = \sqrt{y}^x$, $x^3 = y^2$

34) $x^y = 3x$, $9x^{3y-5} = x^3$

תשובות: 25) (2 , 3). 26) (−2 , $\frac{1}{3}$). (10 , 1), (0.0001 , −4). 27) (2 , 3). 28) (1 , 1), (2 , 4). 29) (1 , 1), (4 , 2). 30) (2 , 1), (1 , 2). 31) (5 , $\sqrt[5]{2}$). 32) (4$\frac{1}{2}$, 1$\frac{1}{2}$). 33) (1 , 1), ($\frac{9}{4}$, $\frac{27}{8}$). 34) (3 , 2).