

1.

a. הוכח/הפוך: f גזירה ב x_0 לכן f רציפה ב x_0 b. הוכח/הפוך: f רציפה ב x_0 לכן f גזירה ב x_0

2. גזור את הפונקציות הבאות לפי הגדרה:

a. $f(x) = \cos x$

b. $g(x) = xf(x)$ כאשר $f(x)$ גזירה ונגזרתה הינה $f'(x)$ (בטא את הנגזרת של g בעזרת $f(x), f'(x)$)c. $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$. [רמז: אפשר לפתור בעזרת היינה] (שימו לב

שזו דוגמא לפונקציה שגזירה בנקודה, ואינה רציפה באף מקום פרט לנקודה)

3. גזור את הפונקציות הבאות בעזרת משפטים:

a. $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$

b. $(x^3 + 4)^{1000}$

c. $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

4. [שאלה ממבחן של פרופסור זלצמן] גזור את הפונקציות הבאות:

a. $2^{x^e} \cdot e^{-x^x}$

b. $\frac{\tan(e^{x^2})}{\sqrt{(\log x)^2 + 1}}$

c. $\frac{1}{\log(\log(e^{e^x}))}$

5. תהי $f(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$. אנו יודעים כי יש לפונקציה זו אי רציפות סליקה ב0. האם

הפונקציה המתקבלת לאחר סילוק אי הרציפות גזירה באפס? כלומר, האם

$$g(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$
 גזירה באפס? (הוכח/הפוך לפי הגדרת הנגזרת)

6. נניח f מונוטונית עולה וגזירה בכל הממשיים, הוכח ש $0 \leq f'$ בכל הממשיים (השתמש

בהגדרת הנגזרת, אפשר להשתמש בהיינה ובידע שלנו לגבי סדרות).

תזכורת(קירוב לינארי): $f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ כאשר x קרוב ל x_0

7. מצא קירובים לינאריים לערכים הבאים:

a. $\arctan(1.01)$ זכרו כי $\sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4}$

b. $(2.01)^{2 \cos(1.01)}$