

בוּחַן – אִלְגֵּבְרָה לִינְאָרִית 1

סמסטר א', תשע"ו

פּרטי הקורס

מספר הקורס: 88-112-01.
שם המרצה: ד"ר אלי מצרי.
שם המתרגל: גיא בלשר.

פּרטי הבוחן

משך הבוחן: שעה וחצי (ללא תוספת זמן).
חומר עזר מותר לשימוש: מחשבון פשוט.

הנחיות כלליות

- אנא כתבו על מחברת הבחינה שם ומספר ת"ז.
- יש לענות על כל השאלות ועל כל הסעיפים בכל שאלה.
- ענו בפירוט על כל שאלה, והציגו את כל חישוביכם (גם אם לא נכתב במפורש בשאלה).
עדיף לפרט יתר על המידה מאשר לא לפרט כלל.
- אנא התחילו את התשובה לכל שאלה בעמוד נפרד.
- מותר להשתמש בכל משפט שלמדתם בהרצאה, אך יש לצטט כל משפט שאתם משתמשים בו.
- אנא כתבו את תשובותיכם בעט שחור או כחול.

הנחיות לגבי הבוחן

- הבוחן מכיל שלוש שאלות. ניקוד כל שאלה מופיע בסופה.
- בבוחן יש בסך הכל 110 נקודות, אך כל ציון בבוחן מעל 100 יתעגל אוטומטית ל-100.
- השאלות אינן מסודרות לפי רמת קושי; מומלץ לעבור ראשית על השאלות ולהתחיל בשאלות שאתם יודעים לפתור. חלקו את זמנכם בתבונה!

בהצלחה!

השאלות

שאלה 1. נתונה מערכת המשוואות הבאה מעל \mathbb{R} :

$$\begin{cases} x + (2-a)y = 0 \\ (a+1)x + (2-2a)y + (3-2a)z = 3-2a \\ -x + y + (a-2)z = 1 \end{cases}$$

א. מצאו לאילו ערכי $a \in \mathbb{R}$:

- יש למערכת פתרון יחיד.
 - אין למערכת פתרון.
 - יש למערכת אינסוף פתרונות. במקרה זה, רשמו את הפתרון הכללי של המערכת.
- (25 נקודות)

ב. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. קבעו האם A הפיכה. אם קבעתם שכן - מצאו את A^{-1} . אם קבעתם שלא - נמקו. **רמז:** עשוי להיות קשר לסעיף הקודם.

(15 נקודות)

שאלה 2. בשאלה זו אין קשר בין הסעיפים.

א. יהי \mathbb{F} שדה, תהי $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ מטריצה שאינה סימטרית, ויהיו $\alpha, \beta \in \mathbb{F}$. הוכיחו: אם $\alpha A + \beta A^t$ סימטרית, אזי $\alpha = \beta$.

(15 נקודות)

ב. תהי $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ מטריצה ריבועית, ונניח שמתקיים $A^3 - 2A^2 - A + 2I = 0$. כמה פתרונות יש למערכת $Ax = 0$? נמקו.

(25 נקודות)

שאלה 3. תהי $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ מטריצה אנטי-סימטרית.

א. נניח כי

$$A \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

האם ניתן לקבוע את הערך של $a + b + c$? נמקו.

(15 נקודות)

רמז: עבור מטריצה כלשהי $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, מהו $B \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$?

ב. נניח כי

$$A \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

חשבו את סכום האיברים בעמודה השלישית של A .

(15 נקודות)