

פיסיקה למתמטיקאים אוסילטור הרמוני קוונטי

1. חלקיק הנמצא בבור פוטנציאל הרמוני מתואר ע"י $|\psi\rangle = 5|0\rangle + 3|1\rangle - 2|2\rangle$ כאשר $|i\rangle, i = 0, 1, 2$ שלושת המצבים העצמיים הראשונים של האוסילטור.

(א) אילו ערכים ניתן לקבל במדידה בודדת של האנרגיה של החלקיק?
הערכים שניתן לקבל הם $E_0 = \hbar\omega/2, E_1 = 3\hbar\omega/2, E_2 = 5\hbar\omega/2$

(ב) מהן ההסתברויות לקבל ערכים אלו?
ננרמל את פונקציית הגל ונקבל $|\phi\rangle = |\psi\rangle/\sqrt{\langle\psi|\psi\rangle} = |\psi\rangle/\sqrt{38}$
אז $Pr(E = E_0) = |\langle 0|\psi\rangle|^2 = 25/38, Pr(E = E_1) = |\langle 1|\psi\rangle|^2 = 9/38,$
 $Pr(E = E_2) = |\langle 2|\psi\rangle|^2 = 4/38$

(ג) חשבו את ערכי התוחלת $\hat{H}, \hat{T}, \hat{V}$ (בלי לחשב אינטגרלים)
נחשב תחילה את התוחלת של האנרגיה.
 $\langle \hat{H} \rangle = \sum_{i=0}^2 Pr(E = E_i) E_i = 18\hbar\omega/19$
כעת, ע"פ המשפט הויריאלי
 $2\langle \hat{T} \rangle = n\langle \hat{V} \rangle$ עם $n = 2$ נקבל
 $\langle \hat{H} \rangle = \langle \hat{T} + \hat{V} \rangle = \langle \hat{T} \rangle + \langle \hat{V} \rangle = 2\langle \hat{T} \rangle = 2\langle \hat{V} \rangle$
ולכן $\langle \hat{T} \rangle = \langle \hat{V} \rangle = \langle \hat{H} \rangle/2 = 9\hbar\omega/19$