

28/01/15

83-110 אלגברה לינארית להנדסה – מבחן דמה

מרצה: ארז שיינר

מתרגלים: אחיה בר-און וביאנה פרידמן

- משך המבחן **3 שעות**.
- כל חומר עזר אסור פרט למחשבון.
- יש לפתור את כל השאלות **על גבי דפי הבחינה**.
- המחברת הינה לטיוטה בלבד ולא תיבדק.
- כל ציון מעל 100 יעוגל ל100.

חלק א'

1. (20 נק') הוכחת משפט מתוך 7 המשפטים. יינתן ציטוט מדויק של המשפט.

חלק ב'

חלק זה יכיל שאלות חישוביות.

בפרט יתכנו שאלות מהנושאים הבאים: מציאת בסיס ומימד של תתי מרחבי המטריצה, של גרעין ותמונה של העתקה או של חיתוך בין תתי מרחבים. תהליך גרם שמידט, לכסון, חישוב דטרמיננטה לפי שורה/עמודה, באמצעות פעולות דירוג או לפי נוסחאות. מציאת מספר הפתרונות של מטריצה עם פרמטר, הפיכת מטריצה, מציאת מטריצה נלווית.

2. (20 נק') תהי $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -6 & -2 \end{pmatrix}$ ויהי $U = R(A)$ מרחב השורות.

תהי מערכת משוואות

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_4 + x_5 = 0 \\ x_3 - x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

ויהי W מרחב הפתרונות שלה.

מצאו בסיס ומימד עבור $U \cap W$, $U \cup W$

3.

א. (20 נק') חשבו את A^{20} עבור המטריצה $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

ב. (10 נק') תהי מטריצה ריבועית $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ כך ש $|A| = 2$.

חשבו את $|A^t (2A^{-1}) \text{adj}(A)|$

חלק ג'

חלק זה יכיל שאלות תאורטיות.

בפרט ייתכנו שאלות מהנושאים הבאים: דרגת המטריצה, שחלוף, עקבה, מטריצות סימטריות, מרחבי המטריצה, מספר פתרונות מערכת משוואות, הפיכות, מטריצה נלווית.

דטרמיננטות, מרחבי מכפלה פנימית, פולינום אופייני וע"ע, לכסון, העתקות לינאריות, מטריצה מייצגת, גרעין ותמונה.

4.

- א. (10 נק') תהי העתקה לינארית $T: V \rightarrow V$ הוכיחו/הפריכו: $\text{Ker}(T) \cap \text{Im}(T) = \{0\}$
- ב. (10 נק') יהי V ממ"פ, ויהי $v \in V$ כך שלכל $u \in V$ מתקיים $v \perp u$. הוכיחו כי $v = 0$.

5. (20 נק') תהי מטריצה ריבועית $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ כך ש $|A| = 2$.

נתון בנוסף $N(A - I) = \text{span}\{(1, 0, 1), (1, 1, 1)\}$.

הוכיחו כי A לכסינה ומצאו מטריצה אלכסונית הדומה לה.

רמז: השתמשו בעובדה כי $f_A(0) = |A|$ כאשר $f_A(x) = (x-a)(x-b)(x-c)$ הוא הפולינום האופייני של A .