

1) אורגניזם פ"ס ד' ר' מ'ן

הצגה:

(1) $[a, b]$ פ' ד' אורגניזם.

$$P: a < x_1 < \dots < x_n = b$$

(2) $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ פ' ד' אורגניזם $[a, b]$ פ' ד' אורגניזם

(3) $d_i \in [x_{i-1}, x_i]$ פ' ד' אורגניזם $[a, b]$ פ' ד' אורגניזם

$$d_1 \in [x_0, x_1], \dots, d_n \in [x_{n-1}, x_n]$$

(4) $\sigma(P) = \sum_{i=1}^n \Delta x_i \cdot f(d_i)$ פ' ד' אורגניזם

$$\lambda(P) = \max(\Delta_1, \dots, \Delta_n)$$

(5) $\lambda(P_n) \rightarrow 0$ פ' ד' אורגניזם

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(d_i) \Delta x_i$$

(6) $\Delta x_i = \frac{b-a}{n} = \lambda(P_n) \rightarrow 0$ פ' ד' אורגניזם

$$d_i = a + \frac{(i-1)(b-a)}{n}$$

(7) $d_i = a + \frac{(i-1)(b-a)}{n}$ פ' ד' אורגניזם

$$d_i = a + \frac{(i-1)(b-a)}{n}$$

(8) $d_i = a + \frac{(i-1)(b-a)}{n}$ פ' ד' אורגניזם

$$d_i = a + \frac{(i-1)(b-a)}{n}$$

(9) $d_i = a + \frac{(i-1)(b-a)}{n}$ פ' ד' אורגניזם

$$d_i = a + \frac{(i-1)(b-a)}{n}$$

הפונקציה היא $f(x) = 5 - x$ (2)

$$\int_0^5 (5-x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n (5 - c_k) \Delta x_k$$

$$\Delta x_k = \frac{5}{n}$$

$$c_k = \frac{5k}{n}$$

נמצא ~~הפונקציה~~

: הפונקציה

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(5 - \frac{5k}{n} \right) \frac{5}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n \left(\frac{25}{n} - \frac{25k}{n^2} \right) \right) =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{25}{n} \cdot n - \frac{25}{n^2} \sum_{k=1}^n k \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(25 - \frac{25}{n^2} \cdot \frac{n(n+1)}{2} \right) =$$

$$\boxed{\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} 25 - \frac{25}{2} = \frac{25}{2}$$

נמצא $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$ - הפונקציה

: הפונקציה היא

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{16}{n^2} - \frac{16 \cdot 1^2}{n^4}} + \sqrt{\frac{16}{n^2} - \frac{16 \cdot 2^2}{n^4}} + \dots + \sqrt{\frac{16}{n^2} - \frac{16 \cdot n^2}{n^4}} \right) =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{16}{n^2} - \frac{16k^2}{n^4}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{4 - \frac{4k^2}{n^2}} = \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx =$$

$$= \frac{1}{4} \pi 2^2 = \pi$$

נמצא $\int_0^1 x^3 dx$ - הפונקציה

$$Q_n = \frac{1^3 + 2^3 + \dots + n^3}{n^4}$$

$$Q_n = \sum_{k=1}^n \frac{k^3}{n^4} = \frac{1}{n^4} \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{n} \right)^3 = \int_0^1 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4}$$

$$a_n = \sum_{k=1}^n \left[\ln(\sqrt[n]{n+k}) - \ln(\sqrt[n]{n}) \right] \quad \text{גורם 3}$$

פירוק

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \left[\ln\left(\sqrt[n]{\frac{n+k}{n}}\right) \right] &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \ln\left(1 + \frac{k}{n}\right) = \\ &= \int_0^1 \ln(1+x) dx = 2\ln(2) - 1 \end{aligned}$$

למה (נוח ש- $f(x)$ פונקציה חסומה ואינטגרלית)
 נ"מ - קריטריון $[a, b]$, שם f שטח -
 נ"מ $[a, b] \subset \mathbb{R}$, $f''(x)$ פונקציה (דו-כיוונית) אחת
 $x_0 \in I$ נקודה
 $f(x_0) \leq 2$

$$\int_0^4 f(x) dx \leq 8 \quad \text{הוכחה ש-}$$

פתרון : נ"מ חלוקה כלשהי של $[0, 4]$
 (דו-כיוונית נ"מ שם פונקציה) : $f(x)$ חסומה ונ"מ
 (דו-כיוונית) : $f(x) \leq 2$

$$\int_0^4 f(x) dx = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \lambda(P_n) \rightarrow 0}} \sum_{k=1}^n \Delta x_k f(c_k) \leq \lim_{n \rightarrow \infty} 2 \sum_{k=1}^n \Delta x_k =$$

$$= 2(4-0) = 8$$

למה : (אם c נוסחה דיווה , $f(x)$ אינטגרלית)
 נ"מ $[a, b]$, $f(x) = c$ (דו-כיוונית) : $f(x) = c$ (דו-כיוונית)
 נ"מ : $f(x) = c$ (דו-כיוונית)
 $\int_a^b f(x) dx = c(b-a)$

(4) פארוני פאונדמנטל . P_n סדר חלוקה

על (a, b) לכל $\{x_{i-1}, x_i\}$ (כח $d_i \in \mathbb{Q}$)
 $\Downarrow$

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \lambda(P_n) \rightarrow 0}} \sum_{i=1}^n f(d_i) \Delta x_i =$$

$$= \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \lambda(P_n) \rightarrow 0}} c \sum \Delta x_i = c(b-a)$$

הערה: $f(x)$ פונקציה חסומה על $[a, b]$
 P חלוקה של $[a, b]$. P_n סדר חלוקה

$$m_k = \inf_{x \in I_k} f(x) \quad (m_k)$$

$$M_k = \sup_{x \in I_k} f(x)$$

$$\underline{S}(T) = \sum_{i=1}^n m_i \Delta x_i \quad \text{סכום}$$

$$\bar{S}(T) = \sum_{i=1}^n M_i \Delta x_i$$

הערה: T חלוקה של $[a, b]$. T' גרסה של T
 על $[a, b]$ סדר חלוקה T של T'
 (פחות חלקים מאשר T)

משפט (פארוני פאונדמנטל של סטיוארט)

אם f פאונדמנטל על $[a, b]$ אז $\{T_n\} \subset \mathcal{T}$ אז $\lim_{n \rightarrow \infty} S(T_n) = \int_a^b f(x) dx$
 כל n $1 \leq n \leq \infty$ T_n חלוקה של $[a, b]$ כך שכל T_n חלוקה של T_{n-1}

$$\underline{S}(T_0) \leq \underline{S}(T_1) \leq \dots \leq \underline{S}(T_n) \leq \int_a^b f(x) dx \leq \bar{S}(T_n) \leq \dots \leq \bar{S}(T_0)$$

משפט פארוני פאונדמנטל
 אם f פאונדמנטל על $[a, b]$ אז $\lim_{n \rightarrow \infty} S(T_n) = \int_a^b f(x) dx$
 כל $\epsilon > 0$ קיים N כך שכל $n \geq N$ $|S(T_n) - \int_a^b f(x) dx| < \epsilon$

5) ארעל

יורחל

$$\sqrt{1-0.25} + \sqrt{1-0.5} + \sqrt{1-0.75} \leq \pi \leq 1 + \sqrt{1-0.25} + \sqrt{1-0.5} + \sqrt{1-0.75}$$

$$f(x) = \sqrt{1-x^2}$$

האבולן כפונקציה

הדסה $[0,1]$ כפונקציה רציפה. הדסה, והרן
אוסטריאלי. ובחר חלוקה:

$$0 < 0.25 < 0.5 < 0.75 < 1$$

$$\Delta x_k = \frac{1}{4}$$

כאן

$f(x)$ מנוסחת יורג הדסה $[0,1]$ והרן סרין

זכרם אחרון הוא:

$$S(T) = \frac{1}{4} \left(\sqrt{1-0.25} + \sqrt{1-0.5} + \sqrt{1-0.75} + \sqrt{1-1} \right)$$

הי-העק-מנוסחת של פונקציה כללית-הדסה מודעה
הדסה-מנוסחת. האופן הזה, סרין זכרם-הרן

$$\bar{S}(T) = \frac{1}{4} \left(\sqrt{1-0} + \sqrt{1-0.25} + \sqrt{1-0.5} + \sqrt{1-0.75} \right)$$

הי-העק-מנוסחת של פונקציה כללית-הדסה
מודעה הדסה-מנוסחת של רחוק. רחוק וזוהי
הדסה של רחוק מנוסחת-הרן הוא

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{4}$$

הם אחרון מנוסחת של סרין זכרם

$$S(T) \leq \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx \leq \bar{S}(T)$$

⑥ הרעיון - א-ב (א) מונוטוני, עולה - ממש בדרגה $[0,1]$

נבחר אג - ערכים - כספים מחדשן ב'אז' אכפול ב'אז'

$$f(0) \quad (1)$$

$$f(1) \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} (f(0) + f(\frac{1}{3}) + f(\frac{2}{3})) \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} (f(\frac{1}{3}) + f(\frac{2}{3}) + f(1)) \quad (4)$$

(5)

$$\frac{1}{300} \sum_{i=1}^{300} f(\frac{i-1}{300})$$

$$\frac{1}{300} \sum_{i=1}^{300} f(\frac{i}{300}) \quad (6)$$

$$\int_0^1 f(x) dx \quad (7)$$

פירוט (ד) א

$$T_0: 0 < 1$$

$$T_1: 0 < \frac{1}{3} < \frac{2}{3} < 1$$

$$T_2: 0 < \frac{1}{300} < \frac{2}{300} < \dots < \frac{299}{300} < 1$$

$$\underline{S}(T_0) < \underline{S}(T_1) \leq \underline{S}(T_2) \leq \int_0^1 f(x) \leq \bar{S}(T_2) \leq \bar{S}(T_1) \leq \bar{S}(T_0)$$

: פ"ט א"נ, מונוטוני, א-ע כ"ן

$$\underline{S}(T_0) = f(0)$$

$$\bar{S}(T_0) = f(1)$$

$$\underline{S}(T_1) = \frac{1}{3} (f(0) + f(\frac{1}{3}) + f(\frac{2}{3}))$$

$$\bar{S}(T_1) = \frac{1}{3} (f(\frac{1}{3}) + f(\frac{2}{3}) + f(1))$$

$$\underline{S}(T_2) = \frac{1}{300} \sum_{i=1}^{300} f(\frac{i-1}{300})$$

$$\bar{S}(T_2) = \frac{1}{300} \sum_{i=1}^{300} f(\frac{i}{300})$$

(a, b) $\phi_T: \phi \mapsto P \rightarrow T \vdash P \vdash N \vdash F \vdash A$ (7)

$$\bar{S}(f, p) - \underline{S}(f, p) = 0$$

(כ) $\text{Aut}(G) \cong \text{Aut}(G)$ $\Rightarrow$ $\text{Aut}(G) \cong \text{Aut}(G)$

$[a, b] \subset \mathbb{R}$ ו- $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה רציפה.

Expt.

10-11-2018

~~$$\bar{S}(f, D) = S(f, D)$$~~

~~7th Grade~~

$$\sum_{i=1}^n (M_{ic} - m_{ic}) \Delta x_{ic} = 0$$

$$\mu_{ic} = m_{ic}$$

$$[X_{10-1}, X_{10}] \quad \delta \sigma, \wedge \wedge \beta \sigma$$

$[x_{k-1}, x_k]$

$$[x_{i-1}, y_i] \times [y_i, x_i] \quad \partial \sigma_i = x_i \cup \beta_i$$

- $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg/m}^3$

$$m_K = 1/K \quad \ln f_S = \sup S$$

$$\mu_{1c} > \mu_{1k}$$

אחת ביום חזרתי

$M_{1c} > M_{1k}$
 -750- 100 1388 13713' 152 7200 7200 7200

$\mu_k = m_k$

מכאן נובע כי f היא פונקציה קבועה על $[0, b]$.

$$\sup_{\mathcal{P}} \left\{ \sum_{i=1}^n f(x_i) \mid \mathcal{P} \in \mathcal{P} \right\} = \int_a^b f(x) dx = \inf_{\mathcal{P}} \left\{ \sum_{i=1}^n F(x_i) \mid \mathcal{P} \in \mathcal{P} \right\}$$