

תרגיל 1 בפונקציות מרוכבות

1. כתבו בצורה קרטזית את המספר

$$\frac{i-3}{2i+1}$$

2. נתון

$$z = \left((1 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3})i \right) (1 + \sqrt{3}i)$$

(א) כתבו בצורה פולארית (קוטבית) את המספרים הבאים:

$$\begin{array}{ll} \text{i. } \frac{1}{z} \\ \text{ii. } z^{17} \\ \text{iii. } \bar{z} \end{array}$$

(ב) מצאו את $\operatorname{Re} z^{2n}$.

3. פתרו את המשוואות הבאות:

$$z^6 - (1 - i)^3 = 0 \quad (\text{א})$$

$$|z| - z = i \quad (\text{ב})$$

$$\left(\frac{z-1}{z+1} \right)^5 = 2 \quad (\text{ג})$$

$$(z+i)^3 + 2(z+i)^{-3} + 2 = 0 \quad (\text{ד})$$

4. מצאו נוסחא עבור הסכום

$$\sin \theta + \sin 2\theta + \dots + \sin n\theta$$

רמז: השתמשו בנוסחא לסכום סדרה הנדסית/גיאומטרית.

5. יהי $z \neq 0$, הוכיחו כי $z + \frac{1}{z}$ ממשי אם ורק אם z ממשי או $|z| = 1$.
הערה: אולי יעזור לכם לשים לב לכך ש

$$z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$$