

# תרגיל 17 – לוגיקה

## חלק ראשון – תכונות של יחסי

קבעו לגבי כל יחס את התכונות אותן הוא מקיים:

- $x$  גדול מ- $y$
- $x$  צעיר מ- $y$  לפחות בשנה אחת
- $x$  הוא אח של  $y$  (כלומר, יש להם לפחות הורה אחד משותף)

## חלק שני – עוד קצת הצרנות לתרגול

הצרינו את הטענות הבאות (המילון מופיע בסופה של כל טענה):

- אם קיימים יהלומים גדולים אזי קיימים יהלומים יקרים ( $x - Dx$  הוא יהלום;  $x - Lx$  הוא גדול;  $x - Ex$  הוא יקר).
- אם קיימים יהלומים גדולים אזי, אם כל היהלומים הגדולים הם יקרים אזי, קיימים יהלומים יקרים (אותו מילון כמו בסעיף הקודם).
- אם כל המבקרים הם חברותיים ורק קרובי המשפחה הם מבקרים אזי, אם קיימים מבקרים אזי קיימים קרובי משפחה חברותיים ( $x - Vx$  הוא מבקר;  $x - Fx$  הוא חברותי;  $x - Rx$  הוא קרוב משפחה).

## חלק שלישי – הוכחת טיעונים עם הנחות סמויות

בחלק זה עליכם להצדיק ולהוכיח את הטענות הנתונים. עם זאת, שימו לב שבכל אחד מהטיעונים חסרה הנחה (שבלעדיה לא ניתן להוכיח את הטענות). ההנחה החסרה היא תכונה של יחס.

בסוף התרגיל הוספתי דוגמה שמסבירה את הרעיון.

- קדילק הוא יקר יותר מכל מכונית זולה. לכן כל קדילק הוא לא מכונית זולה.  
(המילון:  $x - Cx$  הוא קדילק;  $x - Lx$  הוא מכונית זולה;  $x - Mxy$  יקר יותר מ- $y$ )
- כל אדם בקבוצה א' רץ מהר יותר מכל אדם בקבוצה ב'. לכן אף אדם בקבוצה ב' לא רץ מהר יותר מאף אדם בקבוצה א'.  
(המילון:  $x - Fx$  אדם בקבוצה א';  $x - Sx$  אדם בקבוצה ב';  $x - Oxy$  רץ מהר יותר מ- $y$ )

## דוגמה להוספת הנחה

הטיעון: אליס היא אמא של בטי. בטי היא אמא של שרליון. לכן, אם שרליון אוהבת רק את אמא שלה אזי היא לא אוהבת את אליס.

(המילון:  $a$ -אליס;  $b$ -בטי;  $c$ -שרלין;  $Mxy$  -  $x$  אמה של  $y$ ;  $Lxy$  -  $x$  אוהב את  $y$ )

נצריך את הטיעון:

$$1. Mab$$

$$2. Mbc \ / \ \therefore (x)(Lcx \rightarrow Mxc) \rightarrow \sim Lca$$

ניתן לראות שאי אפשר להוכיח את הטיעון כפי שהוא, ולכן נוסיף הנחות.

היחס "X אמה של Y" הוא יחס אינטרנזיטיבי (*intransitive*), מה שאומר את הדבר הבא:

אם א' היא אמה של ב', וב' היא אמה של ג', אזי בוודאות א' לא אמה של ג'.

נוסיף את ההנחה הזאת לטיעון:

$$1. Mab$$

$$2. Mbc$$

$$3. (x)(y)(z)(Mxy \cdot Myz \rightarrow \sim Mxz) \ / \ \therefore (x)(Lcx \rightarrow Mxc) \rightarrow \sim Lca$$

וכעת אפשר להוכיח את הטיעון:

$$1. Mab$$

$$2. Mbc$$

$$3. (x)(y)(z)((Mxy \cdot Myz) \rightarrow \sim Mxz) \ / \ \therefore (x)(Lcx \rightarrow Mxc) \rightarrow \sim Lca$$

$$\rightarrow 4. (x)(Lcx \rightarrow Mxc)$$

$$5. Lca \rightarrow Mac \quad 4, UI$$

$$6. (y)(z)((May \cdot Myz) \rightarrow \sim Maz) \quad 3, UI \ (x \mapsto a)$$

$$7. (z)((Mab \cdot Mbz) \rightarrow \sim Maz) \quad 6, UI \ (y \mapsto b)$$

$$8. (Mab \cdot Mbc) \rightarrow \sim Mac \quad 7, UI \ (z \mapsto c)$$

$$9. Mab \cdot Mbc \quad 1, 2, conj$$

$$10. \sim Mac \quad 8, 9, M.P.$$

$$11. \sim Lca \quad 5, 10, M.T.$$

$$12. (x)(Lcx \rightarrow Mxc) \rightarrow \sim Lca \quad 4-11, C.P.$$

**בהצלחה!**