

מבוא לטופולוגיה - תרגיל בית 7

1. יהיו τ_1, τ_2 טופולוגיות על X . ו- B_1 - בסיס ל- (X, τ_1) .
הוכיחו ש- $\tau_1 \subseteq \tau_2$ אם ורק אם $B_1 \subseteq \tau_2$.

2. יהי B_1 בסיס של טופולוגיה במ"ט (X, T) . יהי B_2 אוסף קבוצות פתוחות ב- (X, T) כך שלכל $V \in B_1$ ולכל $x \in V$ קיים $U \in B_2$ המקיימות $x \in U \subseteq V$.
הוכיחו ש- B_2 בסיס של T .

3. הוכיחו שרכיבי קשירות של מרחב סורגנפריי הם נקודונים.

4. תהי $A, X \subseteq \mathbb{R}^2$ מוגדרות באופן הבא:

$$X = A \cup \{(0,0)\}, \quad A = \left\{x, \sin \frac{1}{x} \mid x \in (0, \infty)\right\}$$

הוכיחו ש- A תת מרחב קשיר מסילתית ו- X תת מרחב קשיר.

5. תהי $A \subseteq \mathbb{R}^2$ קבוצה של כל הנקודות $a(x, y)$ שלפחות אחת מהקואורדינטות x, y רציונלית.
הוכיחו ש- A תת מרחב קשיר מסילתית.