

תרגיל 4 – שיטות איטרטיביות,

שאלה 0

נתונה מערכת משוואות

$$\begin{array}{lcl} 5x - y + z = 10 & & \\ 2x + 8y - z = 11 & (B) & \\ -x + y + 4z = 3 & & \end{array} \quad \begin{array}{lcl} -x + 3y = 1 & & \\ 6x - 2y = 2 & (A) & \end{array}$$

עבור כל אחת מהמערכות תבצעו את הפעולות הבאות:

- (א) בהינתן $x_0 = \bar{0}$ תשתמשו באיטרצית יעקובי כדי למצוא x_1, x_2, x_3, x_4 ;
- (ב) בהינתן $x_0 = \bar{0}$ תשתמשו באיטרצית גאוס-זיידל כדי למצוא x_1, x_2, x_3, x_4 ;
- (ג) האם מתקיים תנאי הכרחי ומספיק ולהתכנסות השיטות ? בדקו זאת עבור כל שיטה עבור שתי המערכות.;

שאלה 1

מצא את פולינום האינטרפולציה בשיטת ניוטון עבור נתונים

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	4	0	-2	0	1	0	-0.5

תשווה את הערכים של הנקודות הנתונות עם הערכים המתקבלים באותן הנקודות עבור פונקציה $y = 2^{2-x} \cos(\pi x)$. במידה והפולינום שמצאת הוא מהוה אינטרפולציה של הפונקציה הזאת (אם כן, הסבר מדוע).

שאלה 2 מצא את פולינום האינטרפולציה בשיטת לגרנז' עבור נתונים

x	0	1	8	27
y	0	1	2	3

תשווה את הערכים של הפולינום האינטרפולציה שקיבלת בנקודות $x = 0.5, 3.5, 18$ עם הערכים של פונקציה $f(x) = \sqrt[3]{x}$ באותן הנקודות. במידה והפולינום שמצאת הוא

מהוה אינטרפולציה של הפונקציה הזאת (אם כן, הסבר מדוע), הערך שגיאת אינטרפולציה בקטע נתון.

שאלה 3 נתונות נקודות $(2, 0.5)$, $(-1, \frac{1}{3})$, $(4, -6)$ ופונקציות הבסיס

$\varphi_1 = \sin x$, $\varphi_2 = \cos x$, $\varphi_3 = \sin^2 x$. מצא פונקצית אינטרפולציה.

שאלה 4. (15 נקודות) יהי $s(x)$ ספלאיין קובי טבעי העובר דרך הנקודות בטבלה הנתונה. נניח כי

$$s(x) = \begin{cases} 2 - \frac{11}{3}x + \frac{5}{3}x^3, & 0 \leq x < 1 \\ A - \frac{56}{3}x + 15x^2 - \frac{10}{3}x^3, & 1 \leq x < 2 \\ -33 + \frac{124}{3}x + Bx^2 + Cx^3, & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

מצא את A, B ו-C.

בשתי השאלות הבאות יש למצוא קודם לקירוב את הפולינומים האורתוגונליים המתאימים.

שאלה 5 מצא קירוב בעזרת פולינום ריבועי במובן ריבועים מיזעריים עבור הנתונים הבאים

x	-3	-1	1	3
y	15	5	1	5

שאלה 6 מצא פולינום ממעלה 2 שהיא הקירוב הטוב ביותר במובן של ריבועים מיזעריים לפונקציה $f(x) = \cos x$ בקטע $[0,1]$.