

תרגיל 1

1. חשבו את הדטרמיננטות של המטריצות הבאות לפי תמורות:

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{ccc} 2 & 6 & 3 \\ 5 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 4 \end{array} & \begin{array}{ccc} 3 & 1 & 5 \\ 4 & 0 & 6 \\ -1 & 3 & 5 \end{array} \\ \text{מעל } \mathbb{Z}_7 & \text{מעל } \mathbb{R} \end{array} \quad \text{ב. א.}$$

2. חשבו את הדטרמיננטות של המטריצות הבאות:

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{ccc} 11 & 2 & 7 \\ -5 & 3 & 9 \\ -2 & 4 & 1 \end{array} & \begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 5 & 8 \end{array} \\ & \text{ב. א.} \end{array}$$

3. חשבו את הדטרמיננטות של המטריצות הבאות לפי מינורים (פיתוח לפי שורה או עמודה)

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{cccc} 2 & 0 & 12 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 7 & 3 & 8 & 6 \end{array} & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 3 & 1 & 8 \\ 4 & -1 & 6 & 9 \\ 0 & 7 & 2 & 3 \end{array} \\ & \text{ב. א.} \end{array}$$

4. חשבו את הדטרמיננטות של המטריצות הבאות לפי דירוג:

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{ccc} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 10 & 7 \\ 5 & 6 & 0 \end{array} & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 33 \end{array} \\ & \text{ב. א.} \end{array}$$

$$0 \quad \dots \quad 1$$

5. א. חשב את הדטרמיננטה של: $\begin{pmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}$ במילים: $A \in M_n(\mathbb{R})$ (מטריצה

$$1 \quad \dots \quad 0$$

בגודל $n \times n$) כך ש: $A_{i,n+1-i} = 1$ וכל שאר הרכיבים הם 0.

$$\begin{pmatrix} 11 & 27 & 39 & 5 & 61 \\ 21 & 14 & 87 & 3 & 1 \\ 90 & 123 & 456 & -17 & -4 \\ 11 & 27 & 39 & 5 & 61 \\ -2 & 8 & 6 & -5 & 334 \end{pmatrix}$$

ב. חשבו את הדטרמיננטה של: $\begin{pmatrix} 11 & 27 & 39 & 5 & 61 \\ 21 & 14 & 87 & 3 & 1 \\ 90 & 123 & 456 & -17 & -4 \\ 11 & 27 & 39 & 5 & 61 \\ -2 & 8 & 6 & -5 & 334 \end{pmatrix}$. (רמז: אם החישוב לוקח

$$\begin{pmatrix} 11 & 27 & 39 & 5 & 61 \\ 21 & 14 & 87 & 3 & 1 \\ 90 & 123 & 456 & -17 & -4 \\ 11 & 27 & 39 & 5 & 61 \\ -2 & 8 & 6 & -5 & 334 \end{pmatrix}$$

לכם יותר מדי זמן, כנראה שיש דרך פשוטה יותר)

6. תהי $A \in F^{n \times n}$ עבור n אי זוגי. בנוסף, A אנטי סימטרית. (כלומר, $A = -A^t$)

א. הוכיחו: אם $\text{char } F \neq 2$ אז $|A| = 0$.

ב. האם הטענה נכונה גם במאפיין 2?

7. תהי $A \in R^{n \times n}$ עבור $n \geq 2$, כך שלכל i, j $A_{i,j} \in \{1, -1\}$ (כלומר, כל האיברים

במטריצה הם 1 או -1).

הוכיחו ש $\det(A)$ זוגית.

(רמז: ניתן להשתמש באינדוקציה)

8.א. הוכיחו שלא קיימת מטריצה $A \in M_2(\mathbb{R})$ (כלומר מטריצה מגודל 2 על 2 שכל

$$A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ כך ש: } A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(רמז: השתמשו בדטרמיננטות)

ב. האם הטענה נכונה גם מעל $\mathbb{C}$?