**אי שווין המשולש**

לכל מתקיים: .

בנוסף, מתקיים שוויון אם ורק אם , כאשר (תלות לינארית חיובית).

**הוכחה**

אם ורק אם תלויים לינארית, ז"א: . במקרה זה:

**זהות פולרית**

*ידוע ש - , מושרית ממ"פ . האם ניתן לשחזר החל מ - ?*

*נתון לכל . צריך לחשב לכל .*

*ניקח .*

לכן, אם , נקבל את הזהות הבאה:

**זהות פולרית ממשית**

.

**למה**

לכל מתקיים: .

**הוכחה**

נסמן .

אזי:

*לכן:*

*מכאן נקבל:*

**זהות פולרית כללית**

**זהות פולרית ממשית – צורה נוספת**

**תרגיל:** *בדקו!*

***מרחב נורמי***

**הגדרה**

*יהי מרחב וקטורי. אומרים שפונקציה היא* ***נורמה*** *אם מתקיימים התנאים הבאים:*

1. *הומוגניות: לכל ולכל : .*
2. *חיוביות: לכל : ו: .*
3. *אי שוויון המשולש: לכל : .*

**שאלה:** *האם כל מרחב נורמי הינו מרחב מכפלה פנימית, או, מדויק יותר, האם כל נורמה מושרית ממכפלה פנימית?*

**משפט (כלל המקבילית)**

*יהי מרחב מכפלה פנימית ותהי מכפלה פנימית (מעל ) תהי הנורמה המושרית ע"י מכפלה פנימית זו. אזי לכל מתקיים: .*

**הוכחה**

*לכן:*

**דוגמה**

*. נגדיר, לכל , את הנורמה הבאה: אם , אז*

*.*

**תרגיל***: בדקו שלכל , היא אכן נורמה!*

**טענה**

*מושרית ממכפלה פנימית אם ורק אם .*

**הוכחה**

*ניקח:*

*נחשב:*

אם כלל המקבילית מתקיים: