

חשבון אינפיניטסימלי 4 (88-236-01/05)
מועד ב', תשע"ז

מרצה: פרופ' אנדריי לרנר.

משך הבחינה: 3 שעות.

חומר עזר: אין להשתמש בכל חומר עזר. אין להשתמש במחשבון כיס.

ענו על 4 מתוך 5 השאלות הבאות. משקל כל שאלה 25 נקודות.

1. תהי $\omega = \omega_1 dx_1 + \dots + \omega_n dx_n$ תבנית רציפה על קבוצה פתוחה וקשירה $\Omega \subset \mathbb{R}^n$. נניח שלכל $x, y \in \Omega$ קיים $c \in \mathbb{R}$ כך ש- $\int_\gamma \omega = c$ לכל עקומה γ שמחברת את x ו- y . הוכח ש- ω מדויקת ב- Ω .

2. חשב שטח התחום החסום על ידי העקומה

$$\gamma(t) = (a(t - \sin t), a(1 - \cos t)), t \in [0, 2\pi] \quad (a > 0)$$

וציר Ox .

3. חשב את האינטגרל $\int_M (x - y^2 + z^3) dS$ כאשר M הוא חלק של הגליל $x^2 + y^2 = a^2$, $a > 0$, שנמצא בין המישורים $x + z = 0$ ו- $x - z = 0$.

4. חשב את האינטגרל $\int_M (\text{curl} F) \cdot N dS$ כאשר $F = (e^x + z^2, \sin(yz), x^3)$

$$M = \{(x, y, z) : y = \frac{1}{2}x^2 + z^2 - 4, y \leq 0\}$$

ו- N נורמל חיצוני (כלומר N פונה לכיוון השלילי של ציר Oy).

5. יהיו $B_n = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\| \leq 1\}$ ו- $S_{n-1} = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\| = 1\}$. נסמן על ידי v_n ו- ω_n המידה ושטח הפנים של B_n ו- S_{n-1} בהתאמה. הוכח ש- $\omega_n = nv_n$.

בהצלחה!