

89-198 מתמטיקה בדידה – תרגיל 6

שאלה 1: תהי $A \neq \emptyset$ קבוצה, ויהיו R_1, R_2 יחסים על A . הוכח או הפרך:

- (א) אם R_1, R_2 רפלקסיביים אזי
- $R_1 \cap R_2$ רפלקסיבי.
 - $R_1 \setminus R_2$ רפלקסיבי.
 - $R_2 \circ R_1$ רפלקסיבי.
- (ב) אם R_1, R_2 סימטריים אזי
- $R_1 \cap R_2$ סימטרי.
 - $R_1 \setminus R_2$ סימטרי.
 - $R_2 \circ R_1$ סימטרי.
- (ג) אם R_1, R_2 אנטי-סימטריים אזי
- $R_1 \cap R_2$ אנטי-סימטרי.
 - $R_1 \setminus R_2$ אנטי-סימטרי.
 - $R_2 \circ R_1$ אנטי-סימטרי.
- (ד) אם R_1, R_2 טרנזיטיביים אזי
- $R_1 \cap R_2$ טרנזיטיבי.
 - $R_1 \setminus R_2$ טרנזיטיבי.
 - $R_2 \circ R_1$ טרנזיטיבי.

שאלה 2: תהי $A \neq \emptyset$ קבוצה ויהי R יחס על A .

נגדיר $B = P(A) \setminus \{\emptyset\}$, ונגדיר את היחס S על B באופן הבא:

$$S = \{ (X, Y) \in B \times B \mid \exists x \in X \exists y \in Y : (x, y) \in R \}$$

הוכח או הפרך:

- (א) אם R רפלקסיבי אזי S רפלקסיבי.
- (ב) אם R סימטרי אזי S סימטרי.
- (ג) אם R טרנזיטיבי אזי S טרנזיטיבי.

שאלה 3: הוכח או הפרך:

- (א) אם (A_1, R_1) ו (A_2, R_2) קבוצות סדורות חלקית ו $A_1 \cap A_2 = \emptyset$ אזי $R_1 \cup R_2$ הוא יחס סדר חלקי על $A_1 \cup A_2$.
- (ב) אם (A_1, R_1) ו (A_2, R_2) קבוצות סדורות לינארית ו $A_1 \cap A_2 = \emptyset$ אזי $R_1 \cup R_2$ הוא יחס סדר לינארי על $A_1 \cup A_2$.
- (ג) אם (A, R) קבוצה סדורה חלקית וב A יש אבר R -מינימלי יחיד, אזי הוא האבר הקטן ביותר ב A .
- (ד) אם (A, R) קבוצה סדורה לינארית וב A יש אבר R -מינימלי יחיד, אזי הוא האבר הקטן ביותר ב A .

שאלה 4: תהינה \mathcal{F}, \mathcal{G} חלוקות של A . נגדיר משפחת קבוצות חדשה

$$\mathcal{F} \cdot \mathcal{G} = \{Z \in P(A) \setminus \{\emptyset\} \mid \exists X \in \mathcal{F} \exists Y \in \mathcal{G}: Z = X \cap Y\}$$

הוכח ש $\mathcal{F} \cdot \mathcal{G}$ חלוקה של A .

שאלה 5: תהי A קבוצה, ויהיו R, S יחסי שקילות על A . יהי $T = R \cap S$.

(א) הוכח ש T יחס שקילות על A .

(ב) הוכח שלכל $x \in A$ מתקיים $[x]_T = [x]_R \cap [x]_S$.

בהצלחה