

מועד א' – מד"ר – 88-240 – 20/01/22

זמן המבחן: שלוש שעות. מבחן פתוח: כל חומר עזר מותר. משקל כל שאלה 22 נק', ענו על כל השאלות.

1. מצאו פתרון למד"ר  $(x-1)y' = y$  המקיים  $y(0) = 1$ .

2. מצאו פתרון למד"ר  $\frac{y}{x}y' = -1$  המקיים  $y\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

3. מצאו פתרון למד"ר  $2x^2y'' - xy' + y = x$  המקיים  $y(1) = 2, y'(1) = \frac{5}{2}$ .

4. חפץ בעל מסה של  $m = 1kg$  נעזב במהירות אפס ונופל לעבר הרצפה. נניח כי קבוע הכבידה הוא  $g = 9.8m/s^2$ .

א. נניח שאין התנגדות אוויר, והכוח היחיד שפועל על החפץ הוא כוח המשיכה  $gm$ . מאיזה גובה עלינו להפיל את

החפץ כך שיפגע ברצפה לאחר 3 שניות?

ב. נניח שהתנגדות האוויר היא  $bv$  כאשר  $b = 0.05$  ו  $v$  היא מהירות הנפילה במטר לשנייה. מאיזה גובה עלינו להפיל

את החפץ כך שיפגע ברצפה לאחר 3 שניות?

5. נסמן ב  $D$  את אופרטור הגזירה, וב  $I$  את אופרטור הזהות.

א. עבור  $T = D - I$  מצאו  $\ker T$  ו  $0 \neq y \in \ker T$ .

ב. עבור  $S = (x-1)D - I$  מצאו  $\ker S$  ו  $0 \neq y \in \ker S$ .

ג. מצאו מד"ר לינארית הומוגנית מסדר שני כך שמתקיים כי  $y_1 = e^x, y_2 = x$  הם פתרונות שלה.