

טופולוגיה – 222 - 88 – סמסטר ב' תשע"א

מבחן מועד ב'

יום ג', כ"א באלול תשע"א, 20.9.11

מרצים: מיכאל מגרל, טל נוביק

הנחיות:

- א. אין להשתמש בכל חומר עזר.
 - ב. עליך לענות על 4 מתוך 6 השאלות הבאות. אם ענית על יותר מ 4 שאלות, עליך לבטל את השאלות הנוספות בצורה ברורה, אחרת ייבדקו 4 השאלות הראשונות המופיעות במחברת.
 - ג. משך הבחינה שעתיים. מותר לקחת דף זה בסוף המבחן.
- שים לב: בזמן המבחן אסור שיהיה ברשותך טלפון נייד!

1. יהיו X, Y מרחבים טופולוגיים קשירים. הראה ש $X \times Y$ קשיר.
2. הוכח את משפט היינה בורל:
 $A \subseteq \mathbb{R}^n$ הוא תת מרחב קומפקטי אם A היא קבוצה סגורה וחסומה ב \mathbb{R}^n .
3. יהיו X, Y מרחבים טופולוגיים ויהיו $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow X$ העתקות רציפות המקיימות $f \circ g = \text{Id}_Y$. הראה ש f העתקת מנה.
4. יהי X מרחב T_3 . הראה שלכל $x \neq y \in X$ יש קבוצות פתוחות U, V כך ש
 $\bar{U} \cap \bar{V} = \emptyset$ וכן $x \in U, y \in V$.
5. הראה שלכל $n > 1$, \mathbb{R} ו \mathbb{R}^n לא הומאומורפיים זה לזה. (הוכח כל טענה שתטען!)
6. יהיו Y האוסדורף יהיו $f, g: X \rightarrow Y$, העתקות רציפות ממרחב טופולוגי X .
נניח שקיימת תת קבוצה צפופה $Y \subseteq X$ כך שלכל $y \in Y$ מתקיים $f(y) = g(y)$.
הוכח ש $f = g$.

בהצלחה!