

פתרון תרגיל 6שאלה 1

נחשב את הגבול מימין:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2(1 - \cos(3x))}{3x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2(1 - \cos(2 \cdot \frac{3x}{2}))}{3x^2} = \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2(1 - [1 - 2 \sin^2(\frac{3x}{2})])}{3x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4 \sin^2(\frac{3x}{2})}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2(\frac{3x}{2})}{(\frac{3x}{2})^2 \cdot \frac{1}{3}} = 3 \end{aligned}$$

נחשב את הגבול משמאל:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 3x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3 \sin 3x}{3x} = 3$$

הגבולות מימין ומשמאל שווים, לכן הגבול של הפונקציה ב-0 הוא 3. הגבול של הפונקציה ב-0 שווה לערך הפונקציה ב-0, ולכן הפונקציה רציפה ב-0.

שאלה 2

הגבול מימין הוא אינסוף, ולכן הפונקציה אינה רציפה ב-0, וזו נקודת אי-רציפות מסוג שני.