

מבחן מועד ב' – מבוא לאנליזה 1 למורים – 88-611 - 15/03/20

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\sin(2x) \cdot \frac{e^{2x} - e^x}{1 - \cos(x)} \right)$ ב. $\lim_{x \rightarrow e} \left(\frac{n+2}{n+3} \right)^n$ ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n + n}$

2. נביט בפונקציה $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(2x)}{x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$

א. לאילו ערכי a הפונקציה $f(x)$ רציפה ב $x = 0$?

ב. לאילו ערכי a הפונקציה $f(x)$ גזירה ב $x = 0$? מהי $f'(0)$ במקרים אלה?

3. תהי סדרה המקיימת את כלל הנסיגה $a_{n+1} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{a_n}}$ לכל n , ונתון כי $a_1 = 2$.

א. הוכיחו כי הסדרה a_n יורדת.

ב. חשבו את גבול הסדרה.

4. מצאו לכל ערך קבוע $a \in \mathbb{R}$ כמה פתרונות יש למשוואה $\ln(x) = x + a$. (הפרידו למקרים של a).

5. תהי פונקציה הגזירה בכל הממשיים, כך שנגזרתה רציפה בכל הממשיים.

א. הוכיחו/הפריכו: אם יש נק' יחידה $a \in \mathbb{R}$ עבורה $f'(a) = 0$, אזי a היא נק' קיצון מוחלט.

ב. הוכיחו שאם $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-\infty)} f(x) = \infty$ אזי קיימת נק' $a \in \mathbb{R}$ עבורה $f'(a) = 0$.