**דוגמאות למרחבי מכפלה פנימית**1. , , .
 *(שיעור קודם).*

*2. (מטריצות מגודל ). נגדיר לשתי מטריצות ,*

*כש- מוגדר איבר-איבר: אם () אזי
().*

*נבדוק שזו מכפלה פנימית:
1) נחשב:*

*2) תזכורת: , . נחשב:*

*3) נחשב: .*

*נסמן: . לכן:*

*, .*

*נסמן: . נחפש את (איברי האלכסון הראשי).*

*ובנוסף, לכל .*

**הערה**כמסקנה, רואים שמכפלה זו זהה למכפלה מדוגמא ראשונה, אם נזהה  *עם .*

*3.* ***.***

******

*4.**דוגמה מחדו"א:*

 *(פונקציות רציפות בקטע סגור ).***תזכורת** *אם מרחב מכפלה פנימית אזי אפשר להגדיר, לכל ,
 נורמה מישורת ממכפלה פנימית.*

**הגדרה** *יהי מרחב מכפלה פנימית. נסמן (מסומן כמו ערך מוחלט כפול)* ***נורמה מושרית****. נגדיר, לכל ,
 המרחק מ- עד .*

 *נקרא מרחק מושרה מנורמה.*

**תכונות של נורמה*****1. הומוגניות:*** *לכל , לכל : כש- הוא המודול של :
 אזי
הוכחה:*

***2. חיוביות:*** *,
הוכחה: מידית מחיוביות של מכפלה פנימית.*

***3. אי שוויון המשולש:***  *להוכחה נעזר במשפט:*

**משפט פיתגורס** *אם , אזי*

**הוכחה**

**משפט (אי שוויון קושי בוניאקובסקי-שוורץ)** *יהי מרחב מכפלה פנימית. יהיו אזי,
1: .
2: יש ב-1 שוויון ת"ל.*

**הוכחה** *נתבונן קודם במקרה . המשפט מתקיים, ויש שוויון, ויש תלות לינארית. לכן נניח ש- , נגדיר וקטור נבדוק ש- .*

*מזה נובע ש-:*

*נסמן*

*כי .
נשתמש במשפט פיתגורס ל-. נקבל אבל , ז"א,*

*כלומר*

*2. שוויון מתקיים אם ורק אם אם ורק אם* . אבל .