

בחינה סופית בחשבון אינפיניטסימלי 2 מדמ"ח – 89-133

מועד ג' תשע"ד

מרצה: ד"ר שמעון ברוקס, ד"ר יהודה שנפס

משך הבחינה: 3 שעות

חומר עזר: מחשבון

ענו על כל השאלות

1. חשב את

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x |\sin(t)| dt}{x \ln(x)}$$

2. לכל אחד מהסעיפים, צייר גרף של פונקציה על $[0, 1]$ המקיימת את התנאים המצויינים:

(א) $f'(x) > 0, f(x) > 0$ לכל $0 \leq x \leq 1$.

(ב) $f'(x) < 0, f(x) > 0$ לכל $0 \leq x \leq 1$.

(ג) $f''(x) < 0, f'(x) > 0, f(x) < 0$ לכל $0 \leq x \leq 1$.

3. הוכח כי אם f היא פונקציה מחזורית במחזור $-a$ כלומר, מתקיים $f(x) = f(x+a)$ לכל $-x$ אזי מתקיים לכל b, c

$$\int_b^c f(x) dx = \int_{b+a}^{c+a} f(x) dx$$

4. חשב את האינטגרלים הלא-מסויימים הבאים:

(א)

$$\int x \cos(x) dx$$

(ב)

$$\int e^x \cos(x) dx$$

(ג)

$$\int \sin^{42}(x) \cos(x) dx$$

5.

(א) לאיזה ערכים של s האינטגרל

$$\int_2^\infty \frac{dx}{x \ln(x)^s}$$

מתכנס?

(ב) לאיזה ערכים של s האינטגרל

$$\int_2^\infty \frac{\sin(x)}{x \ln(x)^s} dx$$

מתכנס?

6.

(א) הוכח שהסדרה $\{f_n(x) = \frac{x}{n}\}$ מתכנסת נקודתית לפונקציה $f(x) \equiv 0$ כלומר, לפונקציה $f(x) = 0$ לכל $x \in \mathbb{R}$ (זהותית 0).

(ב) הוכח שסדרה זו מתכנסת במ"ש על כל קטע חסום. האם היא מתכנסת במ"ש על כל \mathbb{R} ? הסבר!

7. תהי $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ טור חזקות המתכנס בקטע $(-1, 1)$ אך מתבדר בנקודות $x = \pm 1$. חשב את רדיוס ההתכנסות של הפונקציות הבאות:

$$g(x) = f(2x) \quad (\text{א})$$

$$h(x) = f\left(\frac{x}{3}\right) \quad (\text{ב})$$

$$k(x) = f(x^2) \quad (\text{ג})$$

8. תהי

$$f(x, y) = 3x + 2y$$

בדיסק הסגור $x^2 + y^2 \leq 1$. האם יש ל- f מקסימום בתחום הזה? אם כן, מצא אותו.

בהצלחה רבה!