

מבחן מועד ג' – 610-88 בדידה למורים – תשע"ז

משך המבחן: שלוש שעות. מרצה: דר' ארז שיינר תאריך: 13/07/17 חומר עזר: מותר מחשבון

הוראות: יש לענות על כל השאלות. כל שאלה שווה 24 נק'. כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100.

1. תהיינה שתי פונקציות $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. נגדיר ש f מתאימה ל g אם

$$\forall x_1 \in \mathbb{R} \exists x_2 \in \mathbb{R} : f(x_1) = f(g(x_2))$$

א. האם $f(x) = x^2$ מתאימה ל $g(x) = e^x$?

ב. האם $f(x) = e^x$ מתאימה ל $g(x) = x^2$?

ג. תהי פונקציה f . האם בהכרח f מתאימה לעצמה?

2. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים כי $(A \cup B) \setminus C = A \cup (B \setminus C)$.

ב. לכל שלוש קבוצות A, B, C אם $A \setminus B = B \setminus C$ אזי $A \subseteq B \subseteq C$.

ג. לכל שתי קבוצות A, B מתקיים כי $A \cup B \in P(A) \cup P(B)$.

3. תהי סדרה מוגדרת ע"י $a_1 = 2, a_2 = 4$ ונוסחת הנסיגה $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n$.

הוכיחו באינדוקציה (רגילה או מלאה) כי לכל n מתקיים כי $a_{n+1} + a_n$ מתחלק ב-3.

4. תהיינה שתי פונקציות $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם f על אז גם $f \circ g$ על.

ב. אם $f \circ g$ חח"ע ו g על אז גם f חח"ע.

ג. אם f חח"ע ו g על אזי גם $f + g$ חח"ע.

5. בכמה דרכים יכול לחלק אבא 10 שקלים ל-4 ילדיו:

א. כאשר כל ילד חייב לקבל לפחות שקל אחד.

ב. כאשר משה מקבל לפחות 6 שקלים, והדר מקבלת לפחות 2.

ג. כאשר אף ילד לא מקבל יותר מ-5 שקלים.

נוסחאות הבחירה:

בלי סדר	עם סדר	k מתוך n
$\binom{n-1+k}{n-1}$	n^k	עם חזרה
$\binom{n}{k}$	$\frac{n!}{(n-k)!}$	בלי חזרה