

# חקר ביצועים - תרגול 9

12 בינואר 2012

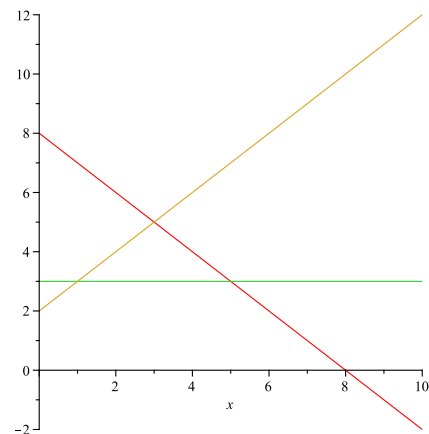
## תרגיל

נתונה הבעיה:

$$\begin{aligned} \max z &= -x_1 - x_2 \\ \text{s.t} &: x_1 + x_2 \leq 8 \\ & x_2 \geq 3 \\ & -x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

1. פתור בצורה גרפית.
2. פתור בעזרת סימפלקס דואלי.
3. סמן על הגרף מסעיף א' את מהלך הפתרון של הסימפלקס הדואלי מסעיף ב'.

## פתרון



התחום הוא השטח בין הפונק' הנק' (1, 3) היא המקסימלית ונותנת את הפתרון האופטימלי.

סימפלקס דואלי:

1. תחילה נעביר לצורה סטנדרטית:

$$\begin{aligned} \max z + x_1 + x_2 &= 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 8 \\ -x_2 + x_4 &= -3 \\ -x_1 + x_2 + x_5 &= 2 \\ x_i &\geq 0 \end{aligned}$$

נעביר לטבלה (הטבלה בדף שחיה חילקה).

2. כעת יש לבחור משתנה יוצא - נבחר בשורה בה ערך  $b_i$  השלילי ביותר. במקרה שלנו זו השורה השלישית בה  $b = 3$ .

3. בחירה משתנה נכנס - נבחר את  $\frac{c_i}{a_{ij}}$  השלילי הקטן ביותר בערך מוחלט. במקרה שלנו זו העמודה של  $x_2$  בה היחס הוא -1.

נשים לב שנסתכל רק על היחס בעמודות שאינן בבסיס, כי עבור אלה שבבסיס היחס יהיה 0.

לכן בשלב הראשון מוציאים את  $x_4$  ומכניסים את  $x_2$ , ואת ההכנסה וההוצאה (חיבור וחסור שורות וכו') עושים כמו בסימפלקס רגיל. ההבדל בין סימפלקס דואלי לסימפלקס רגיל הוא בבחירת המשתנים היוצאים והנכנסים, ושמותר שיהיו  $b_i$  שליליים.

## תרגיל

דוגמה נוספת לסימפלקס דואלי:

$$\begin{aligned} \min z &= x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} & : 2x_1 + 2x_2 \geq 18 \\ & x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

נעבור למקסימום:

$$\begin{aligned} \max -z &= -x_1 - x_2 \\ \text{s.t.} & : -2x_1 - 2x_2 + s_1 = 18 \\ & -x_1 - 2x_2 + s_2 = -12 \\ & x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0 \end{aligned}$$

הטבלה:

בסיס	$z$	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	RHS
$z$	-1	1	1	0	0	0
$s_1$	0	-2	-2	1	0	-18
$s_2$	0	-1	-2	0	1	-12

המשתנה היוצא שנבחר הוא  $s_1$  כי יש לו את ה-RHS הקטן ביותר. את המשתנה הנכנס נבחר בצורה שרירותית כי גם  $x_1$  וגם  $x_2$  יש יחס של  $-\frac{1}{2}$ .

נכניס את  $x_2$ .

בסיס	$z$	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	RHS
$z$	1	0	0	$\frac{1}{2}$	0	-9
$x_2$	0	1	1	$-\frac{1}{2}$	0	9
$s_2$	0	1	0	-1	1	6

אין עוד מס' שלילי ב-RHS (של האילוצים), לכן סיימנו. הפתרון האופטימלי:

$$\begin{aligned} z &= 9 \\ x_1 &= 0 \\ x_2 &= 9 \end{aligned}$$