

אלגברה לינארית, תשע"ו - תרגיל 7

יש לרשום על דף התרגיל שם מלא ומספר ת.ז.

1. קבעו האם הפונקציות הבאות הן התאמות לינאריות או לא.

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = x + y + z \quad \text{(א) } T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R} \text{ המוגדרת ע"י}$$

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ x \\ y \end{pmatrix} \quad \text{(ב) } T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 \text{ המוגדרת ע"י}$$

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xy \\ z \end{pmatrix} \quad \text{(ג) } T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 \text{ המוגדרת ע"י}$$

$$T(a + ib) = \overline{a + ib} = a - ib \quad \text{(ד) } T: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C} \text{ המוגדרת ע"י (כאשר } a, b \in \mathbb{R} \text{)}$$

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ x \\ y + x \end{pmatrix} \quad \text{(ה) } T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 \text{ המוגדרת ע"י}$$

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = x \cdot y \cdot z \quad \text{(ו) } T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R} \text{ המוגדרת ע"י}$$

2. בחרו 3 מתוך ההתאמות הלינאריות שבשאלה הקודמת, חשבו להן גרעין ותמונה וקבעו האם הן חח"ע ועל.

$$3. \quad \text{(א) הוכיחו כי } \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ הוא בסיס של } \mathbb{R}^2.$$

(ב) מצאו נוסחה מפורשת להתאמה הלינארית $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ המקיימת:

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$T \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

4. נתון ש $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$ הוא בסיס של \mathbb{R}^3 . מצאו נוסחה מפורשת להתאמה $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ המקיימת:

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 1$$

$$T \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 2$$

$$T \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$$