

סטטיסטיקה והסתברות

תרגיל מספר 5

להגשה ב- 1 או ב- 2 למאי בתרגול.

שאלה 1:

יהי $X \sim U(1, n)$. נתון ש $Y|X = k \sim U(1, k)$. מצאו את ההתפלגות של Y ואת תוחלתו.

שאלה 2:

באוכלוסיה N איברים מהם D_i איברים מסוג i כאשר $i = 1, \dots, k$. הוצאו מהאוכלוסיה n איברים ללא החזרה.

- מצאו את התפלגות X_i מספר האיברים מהסוג i במדגם.
- מצאו את פונקציית ההתפלגות המשותפת של X_1 ו- X_2 .
- מצאו את פונקציית ההתפלגות של המשתנה המותנה $X_1|X_2 = m$, ומצאו את תוחלתו.
- מצאו את ההתפלגות של $X_i + X_j$ ואת ההתפלגות של $X_i|X_i + X_j = m$.

שאלה 3:

מספר המכונות X_k שמייצרות בדיוק $k = 1, \dots, 10$ סוכריות, מתפלג פואסונית עם פרמטר $\lambda = 2$.

- כיצד מתפלג המשתנה $S_n = X_1 + \dots + X_n$ לכל n ?
- מצאו את ההתפלגות של $S_9|(S_2 = 2)$.

שאלה 4:

יהי X משתנה מיקרי המתפלג גיאומטרית $G(p)$. יהי Y מ"מ כך שלכל n טבעי, $Y|X = n$ מתפלג בינומית $B(n, 0.5)$. מצאו את פונקציית ההתפלגות של Y .

שאלה 5:

בכיתה 20 בנים ו-10 בנות. נבחרה ועדה בת 5 תלמידים. מהי התפלגות מספר הבנים בוועדה?

שאלה 6:

יהי $X \sim P(\lambda)$. חשבו:

- $E(X!)$.
- $E[(X + 1)!]$.

התייחסו בתשובתכם ל-2 המקרים: $0 \leq \lambda < 1$ ו- $\lambda > 1$.

שאלה 7:

לחברת דיוור יש 10,000 לקוחות. אם ידוע שבממוצע 20 אנשים מבקשים לעזוב את השרות כל חודש, מה ההסתברות שבחודש אחד יעזבו 30 אנשים? (השתמשו בקירוב פואסון להתפלגות הבינומית)

שאלה 8:

סוחר רוכש רכיבים חשמליים בחבילות של 10 יחידות. הרכישה של כל חבילה מתבצעת רק לאחר שהוא בדק באקראי 3 רכיבים מתוכה, ומצא שהם תקינים. אם ב 30% מהחבילות יש 4 רכיבים פגומים וב- 70% יש רכיב 1 פגום, איזה אחוז מהחבילות שבדק אין הסוחר רוכש?

שאלה 9:

אורך חיים של סוללה בימים שלמים מתפלג גיאומטרית. במחסן חלפים תוצרת של 3 מפעלים. אורך החיים הממוצע של סוללות ממפעל A הוא 20 ימים, ממפעל B הוא 15 ימים וממפעל C – 12 ימים. חצי מהחלפים במחסן הם מתוצרת A, שישית מתוצרת B והשאר מתוצרת C.

א. מה ההסתברות שסוללה שנבחרה מקרית תפעל יותר מ-13 ימים?

ב. סוללה פעלה יותר מ-13 ימים. מה ההסתברות שהיא ממפעל A?

שאלה 10:

אנשים נכנסים לחנות בגדים בקצב של 30 בכל שעה. מצאו :

א. מהי ההסתברות שבמשך 5 דקות ייכנסו לפחות 4 אנשים.

ב. מהי ההסתברות שבמשך 10 דקות ייכנסו לפחות 4 אנשים.

ג. מהי התוחלת של מספר האנשים הנכנסים ב- N דקות.

שאלה 11:

יהיו $X \sim P(\lambda)$, $Y \sim P(\mu)$ משתנים בלתי תלויים. יהי $Z = X + Y$. מצאו את ההתפלגות של X בהינתן $Z = n$.