

בחינה סופית בחשבון אינפיניטסימלי 2 מדמ"ח – 89-133

מועד ב' תשע"ז

מרצה: ד"ר יונתן בק, ד"ר שמעון ברוקס

משך הבחינה: 3 שעות

חומר עזר: מחשבון

ענו על כל השאלות

1. הראו שמתקיים הגבול

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sin \frac{t}{n} + \sin \frac{2t}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)t}{n} \right) = \frac{1 - \cos t}{t}$$

2. חשבו את האינטגרלים הלא-מסויימים הבאים:

(א)

$$\int \frac{\ln^2(x)}{x} dx$$

(ב)

$$\int \frac{\ln(x)}{x^2} dx$$

3. תהי $f(x)$ רציפה על $[1, \infty)$. הוכח או הפרך: אם האינטגרל $\int_1^\infty f(x) dx$ מתכנס בהחלט, אזי גם $\int_1^\infty f(x^2) dx$ מתכנס בהחלט.

4. הוכיחו

$$\frac{\pi}{4} < \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1} < \frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}$$

5. תהי $f(x) = \sqrt{x}$. מצאו את הקירוב טיילור מסדר 2 של f בנקודה $x_0 = 4$, וחסמו את השגיאה בקירוב זה בקטע $[3, 5]$.

6. מצאו מקסימום ומינימום מוחלטים של הפונקציה

$$f(x, y) = 4x^2 - 4x + y^2 - y$$

בתחום האליפסה

$$4x^2 + y^2 \leq 5$$

7. חשבו את האינטגרל הכפול

$$\iint_D (\cos(x^2) + y) dx dy$$

על המשולש D המוגבל ע"י שלושת הקווים $x = y$, $y = 0$, $x = 1$.

בהצלחה רבה!