

מבחן מועד ב' – בדידה למורים – תשע"ח

משך המבחן: שלוש שעות. מרצה: דר' ארז שיינר תאריך: 07/02/18 חומר עזר: מותר מחשבון

הוראות: יש לענות על כל השאלות. כל שאלה שווה 24 נק'. כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100.

1. פונקציה  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . נקראת ממשיכה אם

$$\forall x_1 \in \mathbb{R} \exists x_2 \in \mathbb{R} : (x_1 < x_2) \wedge (f(x_1) \leq f(x_2))$$

א. האם  $f(x) = e^{-x}$  ממשיכה?

ב. האם הפונקציה הקבועה  $f(x) = 1$  ממשיכה?

ג. תהי  $f$  ממשיכה, האם  $f^2(x)$  בהכרח ממשיכה?

2. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שלוש קבוצות  $A, B, C$  אם  $A \setminus B \subseteq C$  אזי  $C \setminus (A \cap B) = C$ .

ב. לכל שתי קבוצות  $A, B$  מתקיים כי  $A \setminus (B \setminus A) = A$ .

ג. לכל שתי קבוצות  $A, B$  מתקיים כי  $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = A \setminus B$ .

3. הוכיחו באינדוקציה (רגילה או מלאה) כי לכל  $n$  מתקיים  $n! \geq 2^{n-1}$ .

4. תהיינה שתי פונקציות  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ . הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם  $f \circ f = g \circ g$  אזי:  $f$  הפיכה אם ורק אם  $g$  הפיכה.

ב. אם  $f = g \circ f$  וגם  $g$  הפיכה, אזי  $f$  הפיכה.

ג. אם  $f$  חח"ע, ו  $g$  על אזי  $g \circ f$  הפיכה.

5. בכמה דרכים יכול אב לחלק 10 שקלים ל-4 ילדיו כך ש:

א. כל ילד יקבל לפחות שקל אחד.

ב. לפחות ילד אחד לא יקבל כלום.

ג. האב לא חייב לתת את כל 10 השקלים לילדים.

נוסחאות הבחירה:

בלי סדר	עם סדר	$k$ מתוך $n$
$\binom{n-1+k}{n-1}$	$n^k$	עם חזרה
$\binom{n}{k}$	$\frac{n!}{(n-k)!}$	בלי חזרה