תרגיל 7-אלגברה לינארית למורים

שאלה 1

יהי R^3 מרחב וקטורי מעל R.
עבור אילו ערכים של m וקטור v שייך לתת- מרחב הנפרש על ידי הוקטורים v_1 ו- v_2?
מצא את הצירוף הלינארי המבטא את v.

$$v_2 = (3,2,0), v_1 = (2,1,-m), v = (m,-1,-2)$$

שאלה 2

קבע לאילו ערכי הפרמטר הממשי a הקבוצה הבאה בלתי תלויה לינארית? נמק.

$$\left\{ \begin{pmatrix} -3+a \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ a-4 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 2a-1 \end{pmatrix} \right\}$$

שאלה 3

בדוק האם הנפרש שווה לקבוצה המושווית אליו. אם כן, בטא איבר כללי של הקבוצה באמצעות הוקטורים הנתונים. אם לא, מצא איבר שנמצא בקבוצה ולא בנפרש

$$\mathbb{R}^3 \stackrel{?}{=} span\{(2,0,4),(0,1,0),(6,5,12)\}.$$

הדרכה: ברור ש- span שייך R^3 (למה?) . בדקו האם כל וקטור מ- R^3 נמצא ב- span

בחרו וקטור כללי $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ ובדקו האם הוא שייך ל-span לכל a,b,c .

שאלה 4

הוכח/הפרך:

א) אם u,v,w ת"ל, אז $sp\{u,w\} = sp\{u,v\}$

ב) אם $\{u,v,w\}$ הם כאלה שכל שניים מהם הם בת"ל אז גם $\{u,v,w\}$ בת"ל.

שאלה 5

הוכיחו את הטענה הבאה:

יהי $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ קבוצה בת"ל אז הקבוצה $L_2 = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ בת"ל
כאשר $u_i = v_1 + v_2 + \ldots + v_i$

שאלה 6

1. האם הווקטור $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ שייך למרחב הנפרש על ידי

$$B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

, ואם כן מצא את הצירוף הלינארי המתאים לו.

2. מהסעיף הקודם הסק את הפתרון למערכת

$$\begin{cases} x + y + 2z &= 1 \\ x + 2y + z &= 1 \\ 2x + y + z &= 1 \end{cases}$$