סיכום תכונות תמונה ותמונה הפוכה

תהיינה X,Y קבוצות, A,A_1,A_2 תתי-קבוצות של X, B,B_1,B_2 תתי-קבוצות של Y ו- $f:X\to Y$ פונקציה. הטענות הבאות מתקיימות:

- $A_1 \subseteq A_2 \Rightarrow f(A_1) \subseteq f(A_2)$
- $B_1 \subseteq B_2 \Rightarrow f^{-1}(B_1) \subseteq f^{-1}(B_2)$
- $f(A_1 \cup A_2) = f(A_1) \cup f(A_2)$
- $f(A_1 \cap A_2) \subseteq f(A_1) \cap f(A_2)$
- $f^{-1}(B_1 \cup B_2) = f^{-1}(B_1) \cup f^{-1}(B_2)$
- $f^{-1}(B_1 \cap B_2) = f^{-1}(B_1) \cap f^{-1}(B_2)$
- $f^{-1}(B^C) = (f^{-1}(B))^C$
- $f(f^{-1}(B)) \subseteq B$
- $f^{-1}(f(A)) \supseteq A$
- $f^{-1}(f(X)) = X$
- $f(A) = \varnothing \Leftrightarrow A = \varnothing$
- $f^{-1}(B) = \varnothing \Leftrightarrow B \subseteq (f(X))^C$

הערות: 1. שימו לב היכן יש שיוויון והיכן רק הכלה.

2. בין $(f(A))^C$ ו- $f(A^c)$ אין בהכרח אפילו הכלה.

3. אם f חח"ע, $f(A_1\cap A_2) = f(A_1)\cap f(A_2)$ ו- $f^{-1}(f(A)) = A$.

אם f על, $f(f^{-1}(B)) = B$.

4. הטענות לגבי איחוד וחיתוך נכונות גם לאיחודים וחיתוכים כלליים,

כלומר: אם S קבוצה כלשהי, ולכל $s\in S$, A_s תת-קבוצה של X ו- B_s

תת-קבוצה של Y, אז:

- $f\left(\bigcup_{s\in S} A_s\right) = \bigcup_{s\in S} f(A_s)$
- $f\left(\bigcap_{s\in S} A_s\right) \subseteq \bigcap_{s\in S} f(A_s)$
- $f^{-1}\left(\bigcup_{s\in S} B_s\right) = \bigcup_{s\in S} f^{-1}(B_s)$
- $f^{-1}\left(\bigcap_{s\in S} B_s\right) = \bigcap_{s\in S} f^{-1}(B_s)$